PHYSIK

Beschleunigte Bewegungen

Aufgabensammlung

Stand 3. Oktober 2021

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK
UND STUDIUM

www.mathe-cd.de

Aufgaben

Die gezeigten Lösungen wurden alle mit $g \approx 10\,\frac{m}{s^2}$ gerechnet.

1. Horizontale Bewegungen

1.1 Ein Intercity-Zug fährt mit $v_o = 120\,\frac{km}{h}$ und wird mittels Notbremse zum Halten gebracht.

Er legt noch einen Bremsweg von 500 m zurück.

Nach welcher Zeit hält er? Wie groß war die (mittlere) Bremsverzögerung?

1.2 Ein Fahrzeug fährt mit $90\,\frac{km}{h}$ und wird mit $a = \frac{3}{4}\,\frac{m}{s^2}$ gebremst.

a) Nach welcher Zeit ist die Geschwindigkeit auf die Hälfte gesunken?

b) Nach welcher Zeit und wo hält das Fahrzeug?

c) Berechne die Fahrzeit bis zum halben Bremsweg. Wie schnell ist er dort noch?

1.3 Ein Körper gleitet reibungslos mit $20\,\frac{m}{s}$ und erfährt dann plötzlich (t = 0) eine Verzögerung von $0{,}6\,\frac{m}{s^2}$.

a) Nach welcher Strecke hat er noch die halbe Geschwindigkeit?
Wie lange wurde er bis dahin gebremst?

b) Berechne den gesamten Bremsweg (bis zum Halten) und die Bremsdauer.

c) Welche Geschwindigkeit hat er in der Mitte des Bremswegs?
Wann ist er dort angekommen?

1.4 Auf einen Körper der Masse m = 100 g wirkt eine Kraft von $\frac{1}{6}\cdot 10^{-2}\,N$.

Diese Kraft wirkt parallel zur horizontalen Unterlage des Körpers.

Zu Beginn der Bewegung dieses Körpers überholt diesen ein zweiter Körper mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 5\,\frac{m}{s}$. Er bewegt sich in der gleichen Richtung wie der erste.

Wie lange braucht der erste Körper, um den zweiten einzuholen?

Welche Weg haben sie dann zurückgelegt?

1.5 Ein Körper legt in der 1. Sekunde 1m, in der 2. Sekunde 2m, in der 3. Sekunde 3m zurück.

a) Welche Bewegungsart führt er aus?

b) Berechne seine Anfangsgeschwindigkeit und seine Beschleunigung.

c) Nach welcher Zeit hat er $v = 24\,\frac{m}{s}$ erreicht?

d) Zeichne das s-t und das v-t-Diagramm.

1.6 Ein Fahrzeug bewegt sich und wird plötzlich auf einer Strecke von 200 m 10 s lang beschleunigt. Damit steigt seine Geschwindigkeit auf $30\,\frac{m}{s}$. Wie groß war die Anfangsgeschwindigkeit und die Beschleunigung?

1.7 Ein Autofahrer bringt seinen Wagen der Masse 1200 kg (samt Fahrer) durch Blockieren aller Räder auf einer Strecke von 26 m zum Stehen. Er behauptet, nicht schneller als $50\,\frac{km}{h}$ gefahren zu sein. Zur Überprüfung dieser Aussage wird das Fahrzeug mit blockierten Rädern abgeschleppt. Dabei wird eine Zugkraft von 5400 N benötigt.

Was ergibt sich hieraus für die die Geschwindigkeit, die das Fahrzeug vor Beginn des Bremsvorgangs hatte?

1.8 a) Ein Fahrzeug wird aus der Ruhe heraus beschleunigt und erreicht nach 100 m die Geschwindigkeit $20\,\frac{m}{s}$. Welche Beschleunigung a_1 hat gewirkt und wie lange wurde beschleunigt?

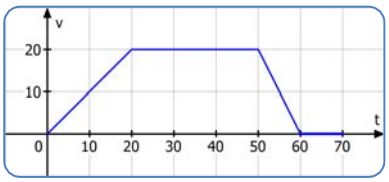
b) Danach verringert der Fahren die Beschleunigung auf $a_2 = 1{,}2\,\frac{m}{s^2}$ und fährt so 5s lang. Welche Geschwindigkeit v_2 erreicht sein Fahrzeug dadurch und welche Strecke legt er zurück?

c) Hätte er in b) so beschleunigt, dass er in 8 s 208 m zurückgelegt hätte, welche Beschleunigung hätte das Fahrzeug gehabt und welche Endgeschwindigkeit v_3?

d) Wie groß war die Bremsverzögerung und die Anfangsgeschwindigkeit v_4, wenn er 4s lang durch gleichmäßiges Bremsen seine Geschwindigkeit auf $v_5 = 10\,\frac{m}{s}$ herabsetzt und dabei 80 m zurücklegt?

e) Schließlich bringt er sein Fahrzeug durch eine Vollbremsung zum Stehen. Seine Bremsspur beträgt 8m. Welche Geschwindigkeit hat das Fahrzeugt vor dem Abbremsen, wenn dies mit $4\,\frac{m}{s^2}$ geschieht?

1.9 (Abitur 1977 BW)



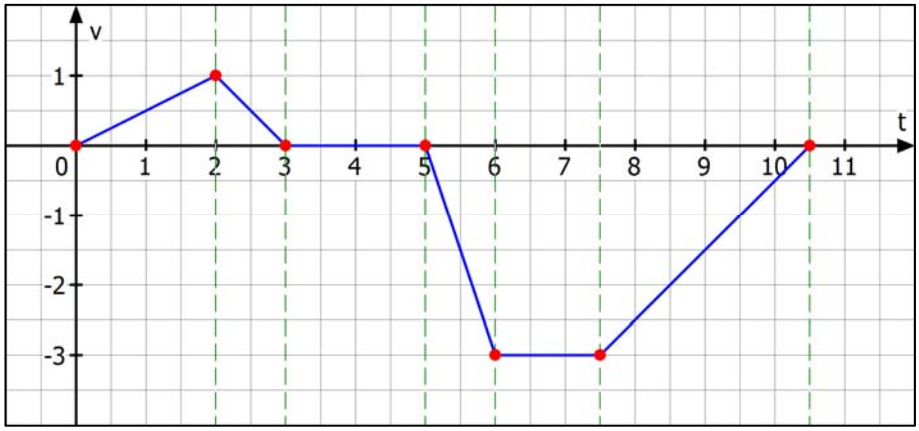
Der Fahrtenschreiber eines Pkws zeichnete dieses v-t-Diagramm auf.

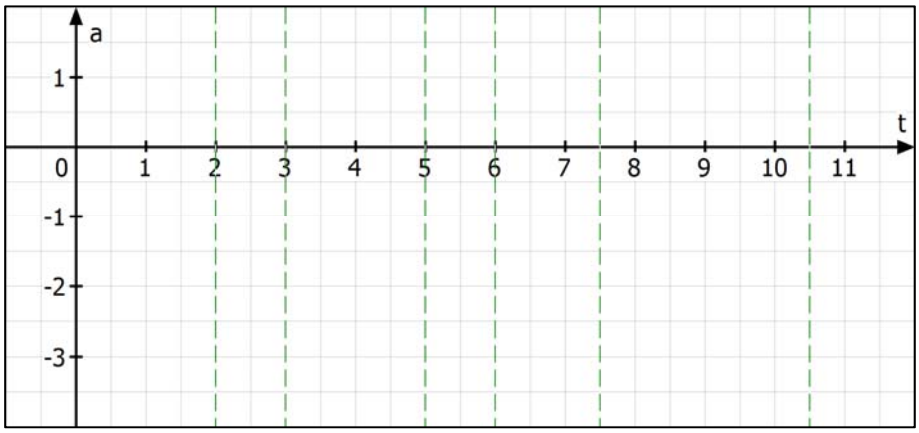
a) Beschreibe kur die vier Teilbewegungen für $0s \le t \le 70s$:
Welchen Weg hat der Pkw in dieser Zeit zurückgelegt?

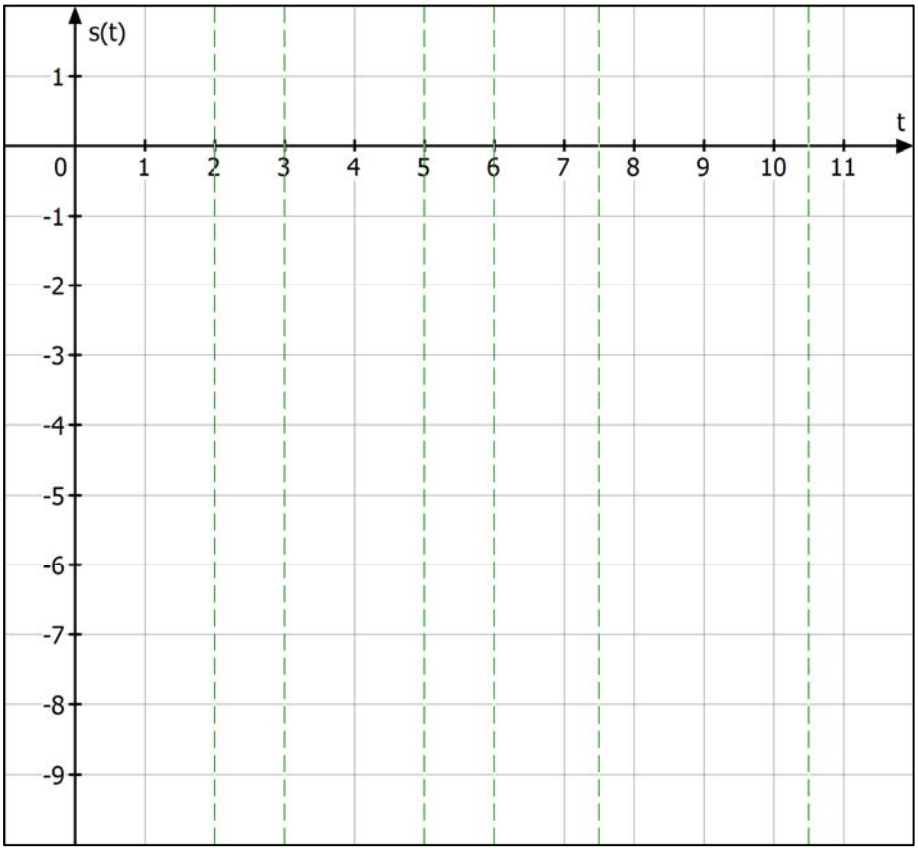
b) Zeichne dazu ein a-t-Diagramm und ein s-t-Diagramm ($5s \mathrel{\hat{=}} 1\,cm$; $\frac{1}{2}\frac{m}{s^2} \mathrel{\hat{=}} 1\,cm$; $50m \mathrel{\hat{=}} 1\,cm$).
Erstelle für das s-t-Diagramm eine Wertetabelle mit mindestens 5 Werten.

Die Luftreibung ist zu vernachlässigen

1.10 Gegeben ist ein v-t-Diagramm. Erstelle dazu das passende a-t-Diagramm und das s-t-Diagramm. t in Minuten, s in m.







Beschreibe ausführlich, in welchen Zeitintervallen welcher Bewegungszustand vorliegt.

2. Bewegungen auf einer schiefen Ebene

2.1 Ein Schlitten der Masse 10kg steht auf einer ebenen Straße.

a) Welche Kraft muss man aufwenden, um ihn zum Gleiten zu bringen, wenn der Haftreibungskoeffizient $f' = 0{,}8$ ist? Welche Kraft ist anschließend notwendig, damit er sich gleichförmig bewegt, wenn die Gleitreibungskoeffizient f = 0,5 ist?

b) Wie lauten die Antworten, wenn die Straße eine Neigung von 10° hat?

2.2 Welche Neigung muss eine schiefe Ebene haben, damit sich ein darauf ruhender Körper mit m = 0,5 kg von selbst in Bewegung setzt $(f' = 0{,}8,\ f = 0{,}5)$?

Mit welcher Beschleunigung gleitet er dann abwärts?

Nach welcher Zeit hat er $v = 1\frac{m}{2}s$ erreicht?

2.3 Welche Anfangsgeschwindigkeit muss ein Körper haben, damit er (a) bei fehlender Reibung

(b) mit der Reibungszahl f = 0,2 eine schräge Strecke von 10 m mit dem Neigungswinkel $\alpha = 30^{\circ}$ aufwärts gleitet?

(c) Nach welcher Zeit hat er reibungsfrei die halbe Strecke überwunden?
Welche Geschwindigkeit hat er dort?

(d) Nach 10 m hält er an und gleitet sofort wieder abwärts bis zum Startpunkt der ganzen Bewegung. Berechne die dort erreichte Geschwindigkeit mit und ohne Reibung.

2.4 Ein Körper bewegt sich auf einer schiefen Ebene gebremst abwärts. Zur Zeit t = 0 hat er die Geschwindigkeit v = $3\frac{m}{s}$. Er kommt nach 2 m zum Halten. Es ist f = 0,5.

Welcher Neigungswinkel ist höchstens erforderlich, damit diese Bewegung so verläuft?

Anleitung: *Berechne die Bremsverzögerung a.*
Leite dann eine Formel für die Beschleunigung a in Abhängigkeit von α her.
Wenn du die folgende trigonometrische Gleichung mathematisch nicht lösen kannst, zeige mit Taschenrechner, dass $\alpha \approx 15^{\circ}$ eine Lösung der Aufgabe ist.

2.5 Ein Körper der Masse 100g gleitet mit der konstanten Antriebskraft $F = 1{,}0$ N einen Hang mit der Neigung 10° hinunter, f = 0,05.

a) Berechne die Beschleunigungskraft und die Beschleunigung.

b) Welche Geschwindigkeit hat er nach 5 Sekunden?

c) Auf den nächsten 129 m wird er durch Bremsen auf $31\frac{m}{s}$ verlangsamt.

Welche Bremsverzögerung hat das bewirkt und wie lange wurde gebremst?

2.6 Ein Körper der Masse 1 kg wird durch einen Stoß hangaufwärts in Bewegung gesetzt.

a) Berechne die wirkende Bremskraft ($f' = 0{,}5$, $f = 0{,}3$), wenn der Neigungswinkel 50° beträgt. Zeige, dass der Körper am Haltepunkt nicht liegen bleibt sondern von selbst wieder abwärts rutscht. Wie groß ist die Beschleunigungskraft?

b) Die anfängliche Geschwindigkeit sei $v_o = 4\frac{m}{s}$. Wie weit gleitet er aufwärts?

Nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit kommt er wieder am Starpunkt an?

2.7 Ein durch einen Motor schräg aufstellbares Brett beginn in der horizontalen Lage sich langsam aufzurichten. Bei welchem Neigungswinkel beginnt ein darauf ruhender Körper (m = 200 g) abzurutschen? Berechne die beschleunigende Kraft bei $\alpha = 27^{o}$ und die sich dann einstellende Beschleunigung ($f' = 0{,}5$ und $f = 0{,}2$).

Um wieviel Grad muss der Neigungswinkel dann wieder verkleinert werden, damit die Bewegung gleichförmig ist?

2.8 Am unteren Ende einer schrägen Platte befindet sich eine elastische Feder, die einen herabgleitenden Körper mit der Aufprallgeschwindigkeit wieder nach oben beschleunigt. Der Neigungswinkel sei 30°, der Gleitreibungskoeffizient f = 0,1 und die Masse des Gleitkörpers m = 200 g.

Die Lange der Rutschstrecke ist genau 50 cm.

a) Berechne die Geschwindigkeit beim 1. Aufprall.

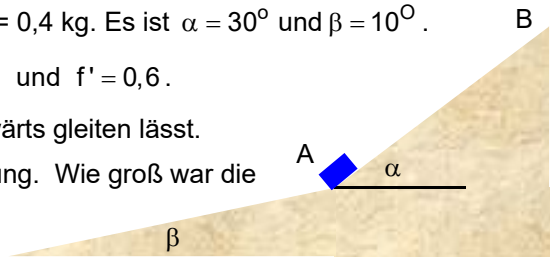
b) Wie weit gleitet der Körper nach der ersten Reflexion durch die Feder wieder hinauf?

c) Welche Geschwindigkeit hat er beim 2. Aufprall?

d) Berechne dann den möglichen Weg aufwärts.

2.9 Der Körper auf der schiefen Ebene hat die Masse m = 0,4 kg. Es ist $\alpha = 30^{o}$ und $\beta = 10^{O}$.

Auf den Ebenen gelten diese Reibungszahlen $f = 0{,}4$ und $f' = 0{,}6$.



a) Der Körper erhält in A einen Stoß, der ihn aufwärts gleiten lässt. Berechne die Bremskraft und die Beschleunigung. Wie groß war die Anfangsgeschwindigkeit in A, wenn er 1 m aufwärts gleitet?

b) Er hält in B an. Rutscht er von selbst wieder abwärts?

c) Wie groß müsste α sein, damit er nach einem leichten Stoß abwärts gleichförmig gleitet?

Mit welcher Beschleunigung rutscht er bei $\alpha = 30^{o}$ abwärts?

d) Anschließend gleitet er auf dem flachen Teil weiter. Wie ?? Gib Daten an.

3. Freier Fall und senkrechter Wurf (ohne Luftwiderstand)

3.1 a) Ein Körper fällt in einen 125 m tiefen Schacht. Nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit trifft er unten auf?

b) Ein Körper fällt 4 s lang bis er unten auftrifft.
Wie tief fällt er und mit welcher Geschwindigkeit schlägt er auf?

c) Ein Körper fällt in einen Schacht. Er schlägt mit der Geschwindigkeit $12\frac{m}{s}$ unten auf.
Wie tief und wie lange ist er gefallen?

3.2 a) Ein Ball wird aus einem Fenster in 20m Höhe fallen gelassen. Zugleich lässt ein anderer Junge auf einem Fenster 5m tiefer einen anderen Ball fallen.
Wie viele Sekunden später müsste der zweite Ball losgelassen werden, damit sie gleichzeitig auftreffen.

b) Zwei Bälle werden aus dem Fenster in 20 m Höhe im Abstand von 2 Sekunden losgelassen. Treffen sie auch im zeitlichen Abstand von 2 s unten auf?

3.3 Ein Körper wird mit $5\frac{m}{s}$ in einen 60 m tiefer Schacht geworfen.

a) Wie lange fällt er und mit welcher Geschwindigkeit schlägt er auf?

b) Wie viele Meter legt er in der letzten Sekunde zurück?

c) Wieviel Prozent seiner Endgeschwindigkeit hat er in der halben Tiefe erreicht?

3.3 Ein Körper A wird in einen 100m tiefen Schacht geworfen, wo er nach 4s aufschlägt.

a) Berechne die Abwurfgeschwindigkeit v_o.

b) In welcher Tiefe müsste man einen anderen Körper B gleichzeitig mit A fallen lassen, damit beide gleichzeitig auftreffen?

c) In welchem zeitlichen Abstand würden sie auf ein Brett in 60 m Tiefe auftreffen?

3.4 Ein Körper wird senkrecht nach oben geworfen.

a) Wie groß muss die Abwurfgeschwindigkeit sein, wenn er 80 m hoch steigen soll?

b) Wie groß ist dann seine Geschwindigkeit in halber Höhe?

c) Wie lange braucht er für die 2. Hälfte der Steighöhe?

3.5 Ein Körper wird senkrecht nach oben geworfen. Er legt in der ersten halben Sekunde 1,25 m zurück.

a) Mit welcher Geschwindigkeit wurde er abgeworfen? Wie hoch steigt er?

b) Wie lange braucht er, bis er wieder auf der Abwurfhöhe eintrifft?

3.6 Ein senkrecht nach oben abgeschossener Körper erreicht die Höhe 7,2m mit $v = 5\frac{m}{s}$.

a) Wie groß war die Abschussgeschwindigkeit und wie lange hat er für die 7,2 m gebraucht?

b) Berechne seine Steighöhe.

c) In welcher Höhe hat er die Geschwindigkeit $10\frac{m}{s}$?

4. **Waagrechter Wurf** (ohne Luftwiderstand)

4.1 Eine Kugel verlässt eine horizontale Fläche und fliegt 1,2 m weit hinaus bis zum Aufprall auf dem Boden. Sie ist dabei 1 Sekunde unterwegs.

a) Wie tief ist sie aufgeprallt?

b) Mit welcher Geschwindigkeit hat sie den Tisch verlassen?

c) Mit welcher Geschwindigkeit und unter welchem Winkel trifft sie auf dem Boden auf?

4.2 Ein Körper führt einen waagrechten Wurf aus, Er fliegt 20 m tief und 12 m weit.‘

a) Berechne Anfangsgeschwindigkeit, Flugdauer und Auftreffwinkel.

b) Zeichne die Bahnkurve mittels Punkten nach jeweils 0,5 s.
Wie groß sind in diesen Punkten jeweils Geschwindigkeit und Flugwinkel?

4.3 Auf einer Tisch platte der Höhe 80 cm wird ein 200 g schwerer Gleitkörper mit 1 N beschleunigt. Er legt dabei 62,5 cm zurück und fällt dann im waagrechten Wurf zu Boden.

a) Mit welcher Geschwindigkeit verlässt er die Tischplatte?

b) Wie weit fliegt er hinaus? Mit welcher Geschwindigkeit und unter welchem Winkel trifft er auf?

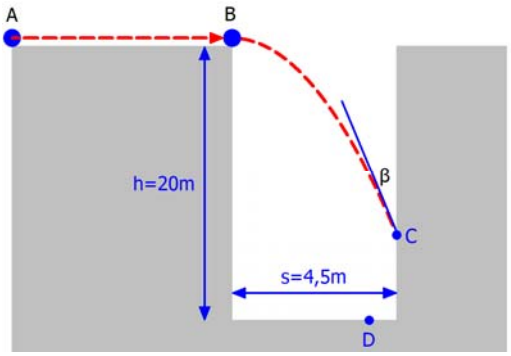
c) Wo befindet er sich nach der halben Flugdauer? Gib dazu Geschwindigkeit und Flugwinkel an.

d) In einem zweiten Versuch fliegt er 80 cm weit hinaus, weil die Reibung größer war. Berechne die Abfluggeschwindigkeit und die Reibungszahl f.

4.4 Eine Körper wird in A durch eine Feder angestoßen.

Er startet dadurch mit $v_A = 7\frac{m}{s}$,

Auf der Strecke AB beträgt die Reibungszahl f = 0,2.



a) Er erreicht B nach 2 s. Welche Geschwindigkeit hat er in B und wie lang ist AB?

b) Nach welcher Flugzeit T mit welcher Geschwindigkeit schlägt er in C gegen die Wand? Wie groß sind v_C und β ?

c) In einem zweiten Versuch hat der Körper in B eine geringere Geschwindigkeit und erreicht dadurch den Boden in D. Wie lange fliegt er jetzt?

Die Auftreffgeschwindigkeit in D ist $v_D = 20{,}1\frac{m}{s}$. Berechne daraus v_B und die Flugweite bis D.

d) Zeichne die Flugbahn zu Teilaufgabe b) des waagrechten Wurfes. (1 m entspreche 1 cm)
Berechne die Bahnpunkte im Abstand 0,3 s.
Zeichne ferner die Geschwindigkeitsparallelogramme zu t = 0,6 s und 1,2 s ein.
$\left(1\frac{m}{s}\text{ entsreche } 0{,}5\text{cm}\right)$.
Welche Gleichung hat die Bahnkurve (Parabel) ?

Lösungen

1.1 Ein Intercity-Zug fährt mit $v_o = 120\,\frac{km}{h}$ und wird mittels Notbremse zum Halten gebracht.

Er legt noch einen Bremsweg von 500 m zurück.

Nach welcher Zeit hält er? Wie groß war die (mittlere) Bremsverzögerung?

Zuerst rechnet man die Geschwindigkeit in $\frac{m}{s}$ um: $1\frac{km}{h} = \frac{1000\,m}{3600\,s} = \frac{1}{3{,}6}\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{1\frac{m}{s} = 3{,}6\,\frac{km}{h}}$

Also sind: $120\,\frac{km}{h} = \frac{120}{3{,}6}\frac{m}{s} = \frac{1200}{36}\frac{m}{s} = \frac{100}{3}\frac{m}{s} \approx 33{,}3\,\frac{m}{s}$.

Einige Überlegungen zur Methode

Die Bewegungsgleichungen für die Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit lauten:

$$\left\{\begin{array}{l} v = v_o - a\cdot t \\ s = v_o\cdot t - \frac{1}{2}at^2 \end{array}\right\}$$

Bedingung für den Haltepunkt: $v = 0 \;\Rightarrow\; 0 = v_o - a\cdot t \;\Leftrightarrow\; t = \frac{v_o}{a}$

Wichtiger Hinweis: Darauf kommt man auch, wenn man die Bremsbewegung filmt und den Film rückwärts laufen lässt. Dann sieht man die **<u>umgekehrte Bewegung</u>**, nämlich eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus der Ruhe heraus mit diesen einfachen

Bewegungsgleichungen: $\left\{\begin{array}{l} v = a\cdot t \\ s = \frac{1}{2}at^2 \end{array}\right\}$ und auch $v = \sqrt{2as}$.

Setzt man $t = \frac{v_o}{a}$ ein, folgt: $s = \frac{1}{2}a\cdot\frac{{v_o}^2}{a^2} \;\Rightarrow\; \boxed{s = \frac{v_0^2}{2a}}$ als **Bremsweg**.

was man auch aus der umgekehrten Bewegung mit $v = \sqrt{2as}$ folgt.

<u>Berechnungen:</u> Aus Anfangsgeschwindigkeit $v_O = 33{,}3\,\frac{m}{s}$ und Bremsweg s = 500m folgt:

$$v_o = \sqrt{2as} \;\Rightarrow\; a = \frac{{v_o}^2}{2s} = \frac{33{,}3^2\,\frac{m^2}{s^2}}{1000\,m} = 1{,}1\,\frac{m}{s^2}$$

Bremsdauer: $v = a\cdot t \;\Rightarrow\; t = \frac{v}{a} = \frac{33{,}3\,\frac{m}{s}}{1{,}1\,\frac{m}{s^2}} \approx 30{,}3\,s$

MERKE FÜR WEITERE AUFGABEN:

Wird eine Bewegung gleichmäßig abgebremst bis zum Halten, dann ist es einfacher, mit der umgekehrten Bewegung zu rechnen, also gleichmäßig beschleunigt aus der Ruhe heraus.

1.2 Ein Fahrzeug fährt mit $90\,\frac{km}{h}$ und wird mit $a = \frac{3}{4}\frac{m}{s^2}$ gebremst.

a) Nach welcher Zeit ist die Geschwindigkeit auf die Hälfte gesunken?

Bewegungsgleichungen: $\left\{\begin{array}{l} v = v_o - a \cdot t \\ s = v_o \cdot t - \frac{1}{2}at^2 \end{array}\right\}$

Bedingung: $v = \frac{1}{2}v_o$: $\frac{1}{2}v_o = v_o - a \cdot t \Rightarrow a \cdot t = \frac{1}{2}v_o \Rightarrow t = \frac{v_o}{2a} = \frac{90\,\frac{m}{s}}{3{,}6 \cdot 1{,}5\,\frac{m}{s^2}} \approx 16{,}7\text{ s}$

(Umrechnung der Geschwindigkeit: $90\,\frac{km}{h} = \frac{90}{3{,}6}\frac{m}{s} \approx 25\,\frac{m}{s}$)

b) Nach welcher Zeit und wo hält das Fahrzeug?

Bed.: $v = 0 \Leftrightarrow 0 = v_o - a \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v_o}{a} = \frac{25}{0{,}75}\text{s} \approx 33{,}3\text{ s}$

Bremsweg (aus der umgekehrten Bewegung berechnet): $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{3}{8}\frac{m}{s^2} \cdot 33{,}3^2 s^2 \approx 416\text{ m}$

c) Berechne die Fahrzeit bis zum halben Bremsweg. Wie schnell ist er dort noch?

Bed.: $s = 208\text{ m}$: $s = v_o \cdot t - \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}at^2 - v_o t + s = 0$

Lösungsformel: $t_{1,2} = \frac{v_o \pm \sqrt{v_o^2 - 2as}}{a} = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 1{,}5 \cdot 208}}{0{,}75}\text{s} \approx \left\{\begin{array}{l} (56{,}9\text{ s}) \\ 9{,}7\text{ s} \end{array}\right.$

(Die größere Zeit ist physikalisch sinnlos.)

$v(9{,}7\text{s}) = v_o - a \cdot t = 25\,\frac{m}{s} - 0{,}75\,\frac{m}{s^2} \cdot 9{,}7\text{s} \approx 17{,}7\,\frac{m}{s}$

1.3 Ein Körper gleitet reibungslos mit $20\,\frac{m}{s}$ und erfährt dann plötzlich (t = 0) eine Verzögerung von $0{,}6\,\frac{m}{s^2}$.

a) Nach welcher Strecke hat er noch die halbe Geschwindigkeit?
Wie lange wurde er bis dahin gebremst?

Bewegungsgleichungen: $\left\{\begin{array}{l} v = v_o - a\cdot t \\ s = v_o\cdot t - \frac{1}{2}at^2 \end{array}\right\}$

Bedingung: $v = \frac{1}{2}v_o$: $\quad \frac{1}{2}v_o = v_o - a\cdot t \quad\Rightarrow\quad a\cdot t = \frac{1}{2}v_o \quad\Rightarrow\quad t = \frac{v_o}{2a} = \frac{20\,\frac{m}{s}}{1{,}2\,\frac{m}{s^2}} \approx 16{,}7\text{ s}$

$$s(16{,}7\text{ s}) = v_o\cdot t - \frac{1}{2}at^2 = 20\,\frac{m}{s}\cdot 16{,}7\text{s} - 0{,}3\,\frac{m}{s^2}\cdot 16{,}7^2\,\frac{m^2}{s^2} \approx 250\text{ m}$$

b) Berechne den gesamten Bremsweg (bis zum Halten) und die Bremsdauer.

Berechnung der umgekehrten Bewegung (gleichmäßig beschleunigt aus der Ruhe heraus):

$$v = \sqrt{2as} \quad\Rightarrow\quad s_{Br} = \frac{{v_o}^2}{2a} = \frac{400\,\frac{m^2}{s^2}}{1{,}2\,\frac{m}{s^2}} \approx 333{,}3\text{ m}$$

$$v = a\cdot t \quad\Rightarrow\quad t_{Br} = \frac{v_o}{a} = \frac{20\,\frac{m}{s}}{0{,}6\,\frac{m}{s^2}} \approx 33{,}3\text{ s}$$

c) Welche Geschwindigkeit hat er in der Mitte des Bremswegs?
Wann ist er dort angekommen?

Bed.: $s = 166{,}7\text{ m}$: $\quad s = v_o\cdot t - \frac{1}{2}at^2 \quad\Leftrightarrow\quad \frac{1}{2}at^2 - v_o t + s = 0$

Lösungsformel: $t_{1,2} = \frac{v_o \pm\sqrt{v_o^2 - 2as}}{a} = \frac{20 \pm\sqrt{400 - 1{,}2\cdot 166{,}7}}{0{,}6}\text{s} \approx \left\{\begin{array}{l}(57\text{ s}) \\ 9{,}7\text{ s}\end{array}\right.$

(Die größere Zeit ist physikalisch sinnlos.)

Es folgt: $v(9{,}7\text{ s}) = v_o - a\cdot t = 20\,\frac{m}{s} - 0{,}6\,\frac{m}{s^2}\cdot 9{,}7\text{s} = 14{,}2\,\frac{m}{s}$

1.4 Auf einen Körper der Masse m = 100 g wirkt eine Kraft von $0{,}25\,\text{N}$.

Diese Kraft wirkt parallel zur horizontalen Unterlage des Körpers.
Zu Beginn der Bewegung dieses Körpers überholt diesen ein zweiter Körper mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 5\,\frac{m}{s}$. Er bewegt sich in der gleichen Richtung wie der erste.

Wie lange braucht der erste Körper, um den zweiten einzuholen?
Welche Weg haben sie dann zurückgelegt?

Lösung:

Für den Augenblick des Einholens gilt

für den ersten Körper: $s = \frac{1}{2}at^2$ mit $a = \frac{F}{m} = \frac{0{,}25\,\text{N}}{0{,}1\,\text{kg}} = 2{,}5\,\frac{m}{s^2}$

für den zweiten Körper: $s = v \cdot t$

Gleichsetzen ergibt: $\frac{1}{2}at^2 = v \cdot t$

$$\frac{1}{2}at^2 - v \cdot t = 0$$

$$t\left(\frac{1}{2}at - v\right) = 0$$

1. Lösung: t = 0: Das war der geschilderte erste Überholvorgang.

2. Lösung: $\frac{1}{2}at = v \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2v}{a} = \frac{10\,\frac{m}{s}}{2{,}5\,\frac{m}{s^2}} = 4s$

Zurückgelegter Weg: $s = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5\,\frac{m}{s^2} \cdot 16s^2 = 20\,\text{m}$

oder so: $s = 5\,\frac{m}{s} \cdot 4s = 20\,\text{m}$

1.5 Ein Körper legt in der 1. Sekunde 1m, in der 2. Sekunde 2m, in der 3. Sekunde 3m zurück.

a) Welche Bewegungsart führt er aus?
Berechne seine Anfangsgeschwindigkeit und seine Beschleunigung.

Es muss sich um eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung handeln.

Die s-t-Funktion lautet $s(t) = v_o \cdot t + \frac{1}{2}at^2$.

Gegeben sind:

$$s(1) = v_o \cdot 1s + \frac{1}{2}a \cdot 1\,s^2 = \boxed{1\,m} \qquad (1)$$

$$s(2) = v_o \cdot 2s + \frac{1}{2}a \cdot 4\,s^2 = 1\,m + 2\,m = \boxed{3\,m} \qquad (2)$$

$$s(3) = v_o \cdot 3s + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 9\,s^2 = 1m + 2m + 3m = 6m \qquad (3)$$

Aus (1) und (2) kann man a und v_o berechnen:

$$(2) - 2 \cdot (1): \qquad a \cdot 1s^2 = 1m \quad \Rightarrow \quad a = 1\tfrac{m}{s^2}$$

$$\text{In (1):} \qquad v_o \cdot 1s + \tfrac{1}{2}\tfrac{m}{s^2} \cdot 1s^2 = 1m \quad \Rightarrow \quad v_o = \tfrac{1}{2}\tfrac{m}{s}$$

Die Gleichung (3) dient zur Kontrolle, dass auch wirklich eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung vorliegt: $s(t) = \frac{1}{2}\frac{m}{s}t + \frac{1}{2}\frac{m}{s^2} \cdot t^2$ also

$$s(3s) = \tfrac{1}{2}\tfrac{m}{s} \cdot 3s + \tfrac{1}{2} \cdot 1\tfrac{m}{s} \cdot 9\,s^2 = 1{,}5\,m + 4{,}5\,m = \boxed{6m}$$

Noch ein Hinweis: Das geht alles ganz schnell, wenn man die Definition der Beschleunigung kennt: a gibt an, um wieviel $\frac{m}{s}$ die Geschwindigkeit pro Sekunde zunimmt.

Und laut Aufgabe nimmt sie pro Sekunde um 1 m zu, also ist $a = 1\frac{m}{s^2}$.

Aus $s(1) = v_o \cdot 1s + \frac{1}{2}a \cdot 1\,s^2 = \boxed{1\,m}$

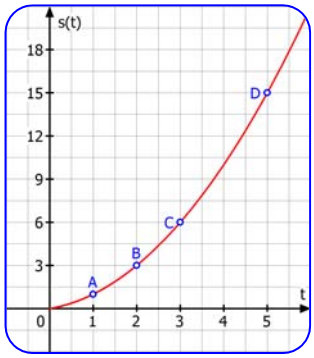
folgt dann $v_o = 1\frac{m}{s} - \frac{1}{2}\frac{m}{s} = \frac{1}{2}\frac{m}{s}$

c) Nach welcher Zeit hat er $v = 24\frac{m}{s}$ erreicht?

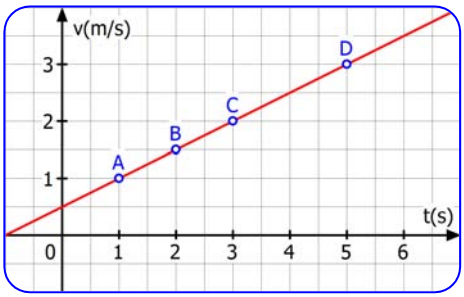
$$v(t) = v_o + a \cdot t \quad \Leftrightarrow \quad 24\tfrac{m}{s} = \tfrac{1}{2}\tfrac{m}{s} + 1\tfrac{m}{s^2} \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = 23{,}5\,s$$

d) Zeichne das s-t und das v-t-Diagramm.

$s(t) = \frac{1}{2}\frac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2}\frac{m}{s^2} \cdot t^2$



$v(t) = \frac{1}{2}\frac{m}{s} + 1\frac{m}{s^2} \cdot t$



1.6 Ein Fahrzeug bewegt sich und wird plötzlich auf einer Strecke von 200 m 10 s lang beschleunigt. Damit steigt seine Geschwindigkeit auf $30\frac{m}{s}$.

Wie groß waren Anfangsgeschwindigkeit und Beschleunigung?

Lösung:

Bewegungsgleichungen: $\left\{\begin{array}{l} v(t) = v_o + a \cdot t \\ s(t) = v_o \cdot t + \frac{1}{2}at^2 \end{array}\right\}$ (1) (2)

Aus (2) folgt $200m = v_o \cdot 10s + \frac{1}{2}a \cdot 100\ s^2$ (1)

Aus (1): $30\frac{m}{s} = v_o + a \cdot 10s$ (2) $\mid \cdot 10s$

$300m = v_o \cdot 10s + a \cdot 100s^2$ (3)

(3) – (1): $100m = 50\ s^2 \cdot a$

$\boxed{a = 2\frac{m}{s^2}}$

In (2): $30\frac{m}{s} = v_o + 2\frac{m}{s^2} \cdot 10s$

$\boxed{v_o = 10\frac{m}{s}}$.

1.7 Ein Autofahrer bringt seinen Wagen der Masse 1200 kg (samt Fahrer) durch Blockieren aller Räder auf einer Strecke von 26 m zum Stehen. Er behauptet, nicht schneller als $50\,\frac{km}{h}$ gefahren zu sein. Zur Überprüfung dieser Aussage wird das Fahrzeug mit blockierten Rädern abgeschleppt. Dabei wird eine Zugkraft von 5400 N benötigt.

Was ergibt sich hieraus für die die Geschwindigkeit, die das Fahrzeug vor Beginn des Bremsvorgangs hatte?

Lösung:

Umrechnung der Geschwindigkeit: $50\,\frac{km}{h} = \frac{50}{3{,}6}\,\frac{m}{s} \approx 13{,}9\,\frac{m}{s}$

Die Zugkraft überwindet die Gleitreibungskraft:

$$R = f \cdot G = f \cdot m \cdot g \quad \Rightarrow \quad f = \frac{R}{mg} = \frac{5400\text{ N}}{12000\text{ N}} = 0{,}45$$

Damit kann man den Bremsvorgang überprüfen:

Die Bremsverzögerung ergibt sich aus $v = \sqrt{2as} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v^2}{2s} = \frac{13{,}9^2}{52}\,\frac{m}{s^2} \approx 3{,}7\,\frac{m}{s^2}$

Aus der Überprüfung durch Abschleppen ergibt sich diese Bremsverzögerung:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5400\text{ N}}{1200\text{ kg}} \approx 4{,}5\,\frac{m}{s^2}$$

Bei dieser gemessenen Bremsverzögerung von $4{,}5\,\frac{m}{s^2}$ würde also Geschwindigkeit folgen: $v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 4{,}5\,\frac{m}{s^2} \cdot 26\text{m}} \approx 15{,}3\,\frac{m}{s} \approx 55\,\frac{km}{h}$

Die Angabe des Fahrers ist also nicht richtig.

1.8 a) Ein Fahrzeug wird aus der Ruhe heraus beschleunigt und erreicht nach 100 m die Geschwindigkeit $20\,\frac{m}{s}$. Welche Beschleunigung a_1 hat gewirkt und wie lange wurde beschleunigt?

$$v = \sqrt{2as} \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{v_1^2}{2s_1} = \frac{400\,\frac{m^2}{s^2}}{200m} = 2\,\frac{m}{s} \qquad v_1 = a \cdot t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{v_1}{a_1} = \frac{20\,\frac{m}{s}}{2\,\frac{m}{s^2}} = 10s$$

b) Danach verringert der Fahren die Beschleunigung auf $a_2 = 1{,}2\,\frac{m}{s^2}$ und fährt so 5s lang. Welche Geschwindigkeit v_2 erreicht sein Fahrzeug dadurch und welche Strecke legt er zurück?

Es gilt $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \Delta v = a_2 \cdot \Delta t = 1{,}2\,\frac{m}{s^2} \cdot 5s = 6\,\frac{m}{s}$: Also ist $v_2 = v_1 - \Delta v = 20\,\frac{m}{s} - 6\,\frac{m}{s} = 14\,\frac{m}{s}$

$$s(t_2) = v_1 \cdot t_2 - \tfrac{1}{2}a_2 t_2^2 = 20\,\tfrac{m}{s} \cdot 5s - 0{,}6\,\tfrac{m}{s^2} \cdot 25\,s^2 = 85\,m$$

c) Hätte er in b) so beschleunigt, dass er in 8 s 208 m zurückgelegt hätte, welche Beschleunigung hätte das Fahrzeug gehabt und welche Endgeschwindigkeit v_3?

Bewegungsgleichungen: $\left.\begin{cases} v_3 = v_1 + a_3 \cdot t_3 \\ s_3 = v_1 \cdot t_3 + \frac{1}{2}a_3 t_3^2 \end{cases}\right\} \begin{matrix}(1)\\(2)\end{matrix}$

In (2) einsetzen ergibt: $208m = 20\,\frac{m}{s} \cdot 8s + \frac{1}{2}a_3 \cdot 64\,s^2 \quad \Leftrightarrow \quad a_3 \cdot 32s^2 = 48m$

Daraus: $a_2 = \frac{48m}{32s^2} = 1{,}5\,\frac{m}{s^2}$ In (1): $v_3 = 20\,\frac{m}{s} + 1{,}5\,\frac{m}{s^2} \cdot 8s = 32\,\frac{m}{s}$

d) Wie groß war die Bremsverzögerung und die Anfangsgeschwindigkeit v_4, wenn er 4s lang durch gleichmäßiges Bremsen seine Geschwindigkeit auf $v_5 = 10\,\frac{m}{s}$ herabsetzt und dabei 80 m zurücklegt?

Bewegungsgleichungen: $\left.\begin{cases} v_5 = v_4 - a_4 \cdot t_4 \\ s_5 = v_4 \cdot t - \frac{1}{2}a_4 \cdot t_4^2 \end{cases}\right\} \begin{matrix}(3)\\(4)\end{matrix}$

In (3): $10\,\frac{m}{s} = v_4 - a_4 \cdot 4s$ (3)

In (4): $80m = v_4 \cdot 4s - \frac{1}{2}a_4 \cdot 16\,s^2$ (4)

$(3) \cdot 4s$: $40m = v_4 \cdot 4s - a_4 \cdot 16s^2$ (5)

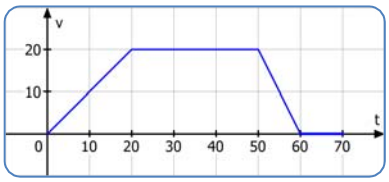
(4) – (5): $40m = 8s^2 \cdot a_4 \quad \Rightarrow \quad a_4 = \frac{40m}{8s^2} = 5\,\frac{m}{s^2}$

In (3): $10\,\frac{m}{s} = v_4 - 20\,\frac{m}{s} \quad \Rightarrow \quad v_4 = 30\,\frac{m}{s}$.

e) Schließlich bringt er sein Fahrzeug durch eine Vollbremsung zum Stehen. Seine Bremsspur beträgt 8m. Welche Geschwindigkeit hat das Fahrzeugt vor dem Abbremsen, wenn dies mit $4\,\frac{m}{s^2}$ geschieht?

Die Bewegung bis zum Halten wird durch die umgekehrte Bewegung (Beschleunigung aus dem Stand heraus) berechnet: $v = \sqrt{2as} = \sqrt{8\,\frac{m}{s^2} \cdot 8m} = 8\,\frac{m}{s}$

1.9



Der Fahrtenschreiber eines Pkws zeichnete dieses v-t-Diagramm auf.

a) Beschreibe kur die vier Teilbewegungen für $0s \le t \le 70s$:
Welchen Weg hat der Pkw in dieser Zeit zurückgelegt?

b) Zeichne dazu ein a-t-Diagramm und ein s-t-Diagramm ($5s \mathrel{\hat{=}} 1\,cm$; $\frac{1}{2}\frac{m}{s^2} \mathrel{\hat{=}} 1\,cm$; $50m \mathrel{\hat{=}} 1\,cm$).

Erstelle für das s-t-Diagramm eine Wertetabelle mit mindestens 5 Werten.

Lösung:

a) **Von t = 0s bis t = 20s:** Gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20\frac{m}{s}}{20s} = 1\frac{m}{s^2}$:

Bewegungsgleichungen: $v(t) = a_1 \cdot t \quad \Rightarrow \quad v(t) = 1\frac{m}{s^2} \cdot t$

$s(t) = \frac{1}{2}a_1 \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad s(t) = \frac{1}{2}\frac{m}{s^2} \cdot t^2$

Zustand nach t = 20 s: $v(20s) = 20\frac{m}{s}, \quad s(20) = \frac{1}{2}\frac{m}{s^2} \cdot (20s)^2 = 200\,m$

Von t = 20s bis t = 50s: Gleichförmige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit $v(t) = 20\frac{m}{s}$.

$$s(t) = s(20s) + v(20s) \cdot (t - 20s) \quad \Rightarrow \quad \boxed{s(t) = 200m + 20\frac{m}{s} \cdot \underbrace{(t - 20s)}_{\Delta t}}$$

Zustand nach 50 s: $v(50s) = 20\frac{m}{s} \qquad s(50s) = 200m + 20\frac{m}{s} \cdot 30s = 800m$

Von t = 50s bis t = 60s: Gleichmäßig gebremste Bewegung mit $a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-20\frac{m}{s}}{10s} = -2\frac{m}{s^2}$.

$$v(t) = \boxed{v(50s)} + a_2 \cdot (t - 50s) \quad \Rightarrow \quad v(t) = 20\frac{m}{s} - 2\frac{m}{s^2} \cdot \underbrace{(t - 50s)}_{\Delta t}$$

$$s(t) = \boxed{s(50s)} + \boxed{v(50s) \cdot (t - 50s)} - 1\frac{m}{s^2} \cdot (t - 50s)^2$$

Zustand nach 60 s: $v(60s) = 20\frac{m}{s} - 2\frac{m}{s^2} \cdot 10s = 0\frac{m}{s}$ Der Pkw hält.

$$s(60s) = \boxed{800m} + \boxed{20\frac{m}{s} \cdot 10s} - 1\frac{m}{s^2} \cdot (10s)^2 = 800m + 200m - 100m = 900\,m$$

Von t = 60s bis t = 70s: Gleichförmige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit $v(t) = 0\frac{m}{s}$.

Also fährt hier das Fahrzeug nicht mehr!

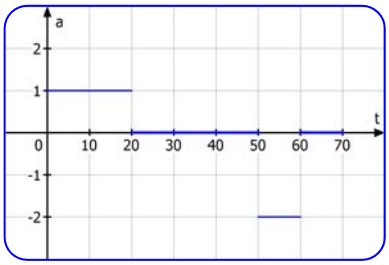
Man kann den insgesamt zurückgelegten Weg auch als Fläche im v-t-Diagramm berechnen.

Das Schaubild ist ein Trapez der Breite 60 s und der Höhe $20\frac{m}{s}$.

$$s = \frac{1}{2} \cdot (60 + 30)s \cdot 20\frac{m}{s} = 900\,m$$

Ich habe also die Weg-Berechnungen auch noch ausführlich gemacht, weil eine Wertetafel und ein s-t-Diagramm verlangt ist.

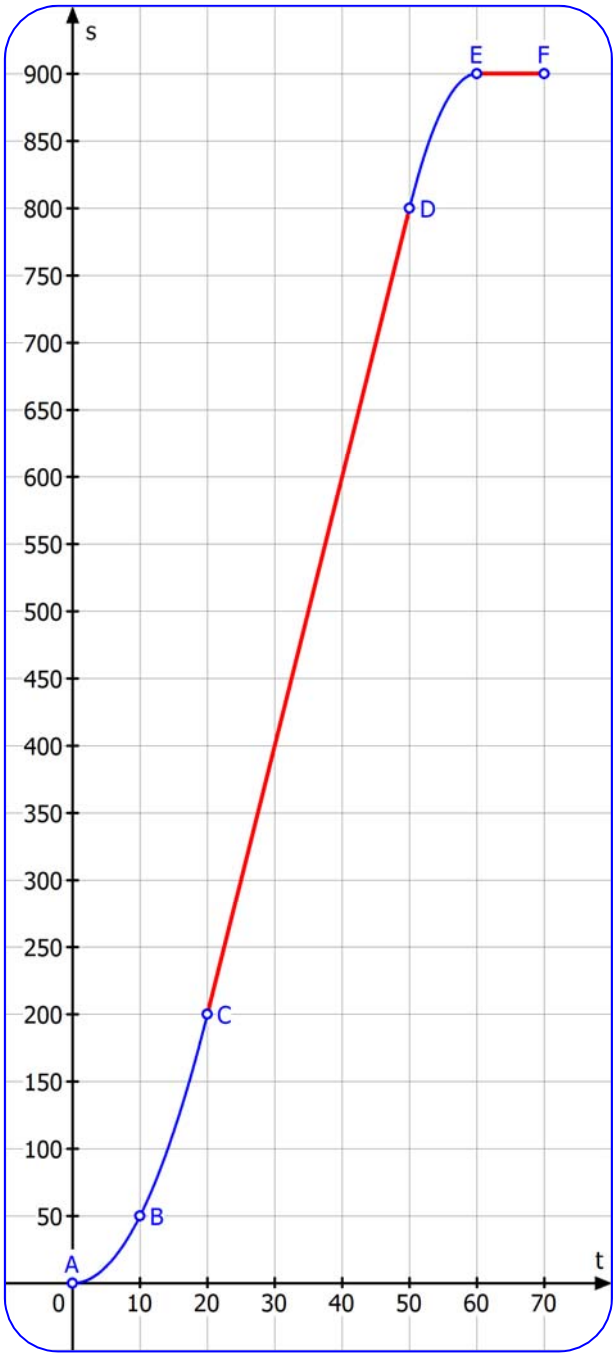
Zuerst das a-t-Diagramm:



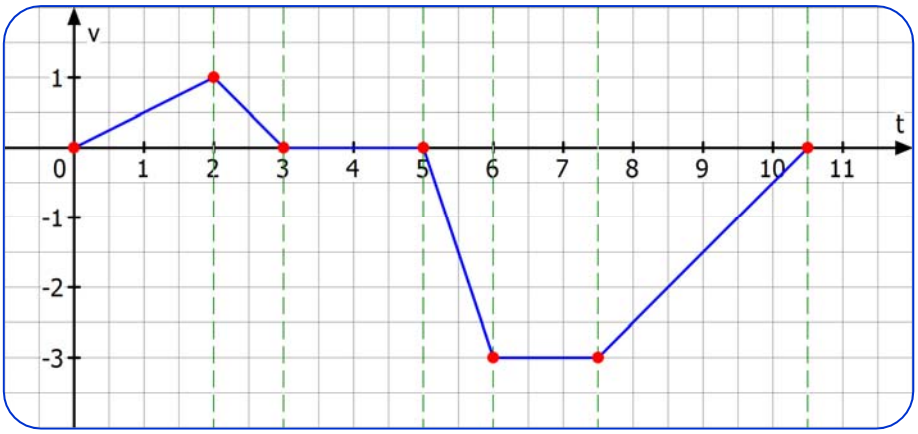
Dann das s-t-Diagramm:

Wertetafel:

t	0s	10s	20s	50s	60s	70s
s	0m	50m	200m	800m	900m	900m
	quadratisch		linear	quadr.	halten	



1.10 Gegeben ist ein v-t-Diagramm.
Erstelle dazu das passende a-t-Diagramm und das s-t-Diagramm.



Lösung:

Von 0 min bis 2 min: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit $a_2 = \frac{1}{2}\frac{m}{min^2}$

aus der Ruhe heraus bis $v_2 = 1\frac{m}{min}$.

s-t-Funktion: $s(t) = \frac{1}{2}a_1 t^2$ also $s(t) = \frac{1}{4}\frac{m}{s^2}\cdot t^2$

Nach 2 min: $s(2\,min) = 1\,m$

Das Fahrzeug befindet sich dann im Zustandspunkt $P_2(2\,min\,|\,1\,m)$.

Von 2 min bis 3 min: Gleichmäßig verzögerte Bewegung mit $a = -1\frac{m}{min^2}$.

Wegen $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = a\cdot\Delta t = 1\frac{m}{min^2}\cdot 1\,min = 1\frac{m}{min}$ nimmt dabei v von

$1\frac{m}{min}$ auf $0\frac{m}{min}$ ab, d.h. das Fahrzeug fährt noch eine Minute und hält dann.

s-t-Funktion: $s(t) = \boxed{1m} + \boxed{1\frac{m}{min}\cdot(t-2\,min)} - \frac{1}{2}\cdot 1\frac{m}{min^2}\cdot(t-2\,min)^2$

$s(3\,min) = \boxed{1m} + \boxed{1\frac{m}{min}\cdot 1\,min} - \frac{1}{2}\cdot 1\frac{m}{min^2}\cdot 1\,min^2 = 1{,}5\,m$

Nächster Zustandspunkt $P_3(3\,min\,|\,1{,}5\,m)$

Von 3 min bis 5 min ist a = 0, das Fahrzeug führt also eine gleichförmige Bewegung mit

$v(3m) = 0\frac{m}{min}$ durch. das heißt: Es hält.

Also verändert sich auch der Ort nicht.

Zustandspunkt nach 5 Minuten: $P_5(5\,min\,|\,1{,}5\,m)$.

Von 5 min bis 6 min wird aus der Ruhe heraus mit $a_6 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-3\,\frac{m}{min}}{1\,min} = -3\,\frac{m}{min^2}$ beschleunigt.

Da das Fahrzeug bei t = 5 min hält, fährt es also 1 Minute lang rückwärts:

$\Delta s = \frac{1}{2}|a_6|\Delta t^2 = 1{,}5\,\frac{m}{min^2}\cdot 1\,min^2 = 1{,}5\,m$.

Das Fahrzeug befindet sich nach 6 Minuten im

Zustandspunkt $P_6(6\,min\,|\,0\,m)$.

Oder so: Die Parabelgleichung für das s-t-Diagramm im Intervall $[5\,min\,;\,6\,min]$ ist:

$s(t) = \boxed{s(5\,min)} - \frac{1}{2}a_6\cdot(t-5\,min)^2$ also

$s(t) = 1{,}5\,m - \frac{1}{2}3\,\frac{m}{min^2}\cdot(t-5\,min)^2$

$s(6\,min) = 1{,}5\,m - \frac{3}{2}\,\frac{m}{min^2}\,1\,min^2 = 0\,m$

Von 6 min bis 7,5 min ist a = 0, d.h. das Fahrzeug fährt gleichförmig weiter mit

$v(t = 6\,min) = -3\,\frac{m}{min}$ also rückwärts.

Es legt daher in 1,5 Minuten $\Delta s = 3\,\frac{m}{min}\cdot 1{,}5\,min = 4{,}5\,m$ zurück

und befindet sich dann im Zustandspunkt $P_{7,5}(7{,}5\,min\,|\,-4{,}5\,m)$.

Von 7,5 min bis 10,5 min wird gleichmäßig beschleunigt, denn v nimmt in 3 Minuten um

$3\,\frac{m}{min}$ zu: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3\,\frac{m}{min}}{3\,min} = 1\,\frac{m}{min^2}$

Zum Zeitpunkt 10,5 min ist $v_{10} = 0$, d.h. am Ende hält das Fahrzeug.

Wo befindet es sich dann?

Bewegungsgleichung:

$s(t) = \boxed{-4{,}5\,m} - \boxed{3\,\frac{m}{min}\cdot(t-7{,}5)} + \frac{1}{2}\cdot 1\,\frac{m}{min^2}\cdot(t-7{,}5)^2$

$s(10{,}5\,min) = -4{,}5\,m - 3\,\frac{m}{min}\cdot(10{,}5-7{,}5)min + \frac{1}{2}\cdot 1\,\frac{m}{min^2}\cdot(10{,}5-7{,}5\,min)^2$

$s(10{,}5\,min) = \boxed{-4{,}5\,m} - \boxed{3\,\frac{m}{min}\cdot 3\,min} + \frac{1}{2}\cdot 1\,\frac{m}{min^2}\cdot 9\,min^2 = -9\,m$

Das Fahrzeug fährt also rückwärts immer langsamer bis es nach 9 m zum Halten kommt.

Letzter Zustandspunkt: $P_{10.5} = (10{,}5\,min\,|\,-9\,m)$

Hier das a-t-Diagramm:

$0 \le t \le 2\text{ min}:$ $\quad a(t) = 0{,}5\,\frac{m}{min^2}$

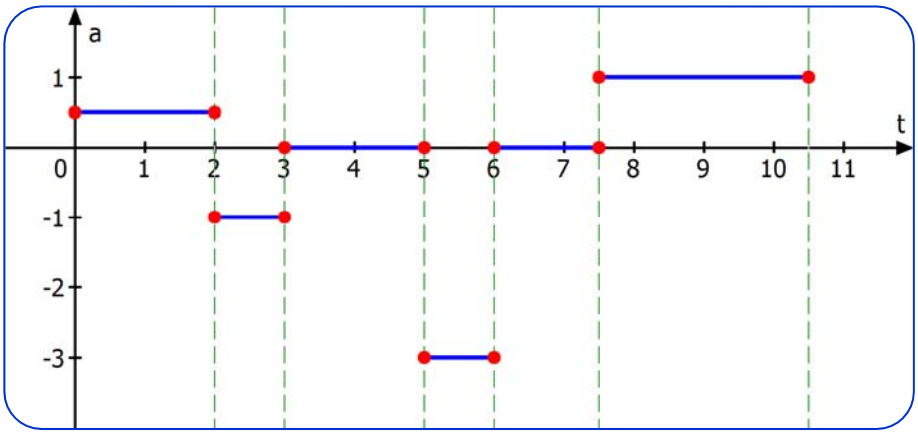
$2\text{ min} \le t \le 3\text{ min}:$ $\quad a(t) = -1\,\frac{m}{min^2}$

$3\text{ min} \le t \le 5\text{ min}:$ $\quad a(t) = 0\,\frac{m}{min^2}$

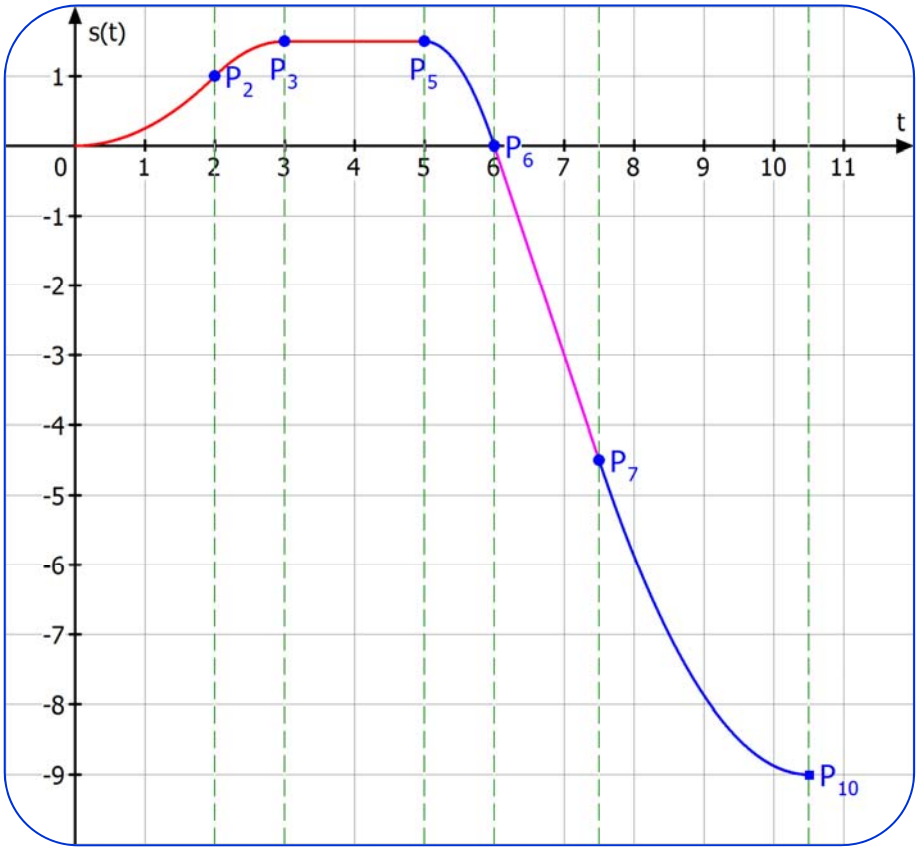
$5\text{ min} \le t \le 6\text{ min}:$ $\quad a(t) = -3\,\frac{m}{min^2}$

$6\text{ min} \le t \le 7{,}5\text{ min}:$ $\quad a(t) = 0\,\frac{m}{min^2}$

$7{,}5\text{ min} \le t \le 10{,}5\text{ min}$ $\quad a(t) = 1\,\frac{m}{min^2}$



Das s-t-Diagramm:



2.1 Ein Schlitten der Masse 10 kg steht auf einer ebenen Straße.

a) Welche Kraft muss man aufwenden, um ihn zum Gleiten zu bringen, wenn der Haftreibungskoeffizient $f' = 0{,}8$ ist? Welche Kraft ist anschließend notwendig, damit er sich gleichförmig bewegt, wenn die Gleitreibungskoeffizient f = 0,5 ist?

Die maximale Haftreibungskraft ist $R' = f' \cdot G = 0{,}8 \cdot 100\ \text{N} = 80\ \text{N}$

Die Gleitreibungskraft ist $R = f \cdot G = 0{,}5 \cdot 100\ \text{N} = 50\ \text{N}$

b) Wie lauten die Antworten, wenn die Straße eine Neigung von 10° hat?

Auf einer schiefen Ebene wirkt die Hangabtriebskraft $H = G \cdot \sin\alpha = 100\ \text{N} \cdot \sin 10^{\circ} \approx 17{,}4\ \text{N}$ als Zugkraft. Die maximale Haftreibungskraft ist $R' = f' \cdot N = f' \cdot G \cdot \cos\alpha = 0{,}8 \cdot 100\ \text{N} \cdot \cos 10^{\circ} \approx 78{,}8^{\circ}$.

Der Körper setzt sich also nicht von selbst in Bewegung.

Damit er sich von der Stelle bewegt, muss R' überwunden werden. Also muss man zusätzlich die Kraft $F' = R' - H \approx 61{,}4\ \text{N}$ aufwenden, damit die Haftreibung überwunden wird.

Ist er dann in Bewegung, muss man weniger aufwenden:

$$F = f \cdot G \cdot \cos\alpha - G \cdot \sin\alpha = 0{,}5 \cdot 100\ \text{N} \cdot \cos 10^{\circ} - 17{,}4\ \text{N} \approx 31{,}8\ \text{N}.$$

2.2 Welche Neigung muss eine schiefe Ebene haben, damit sich ein darauf ruhender Körper mit m = 0,5 kg von selbst in Bewegung setzt $(f' = 0{,}8,\ f = 0{,}5)$?

Mit welcher Beschleunigung gleitet er dann abwärts?

Nach welcher Zeit hat er $v = 1\frac{m}{2}s$ erreicht?

Ein ruhender Körper beginnt von selbst zu gleiten, wenn die Hangabtriebskraft minimal größer ist als die maximale Haftreibungskraft:

$$G \cdot \sin\alpha > f' \cdot G \cdot \cos\alpha \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha > f' \cdot \cos\alpha \quad \Rightarrow \quad \tan\alpha = f' = 0{,}8$$

Der Taschenrechner liefert $\alpha \approx 38{,}7^{\circ}$.

```
tan⁻¹ .8
          38.659
```

Wenn er dann gleitet, wird er durch die Kraft $F = H - R = m \cdot g \cdot \sin\alpha - f \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$ beschleunigt.

Nach dem Newtonschen Kraftgesetz erzeugt diese Kraft eine Beschleunigung a, für die gilt:

$$F = M \cdot a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m}$$

Also:
$$a = \frac{m \cdot (g \cdot \sin\alpha - f \cdot g \cdot \cos\alpha)}{m} = g \cdot (\sin\alpha - f \cdot \cos\alpha) \approx 0{,}25\,\frac{m}{s^2}$$

Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus der Ruhe heraus gilt: $v = a \cdot t$

Daraus erhält man:
$$t = \frac{v}{a} = \frac{1\frac{m}{s}}{0{,}25\frac{m}{s^2}} = 4\ \text{s}.$$

2.3 Welche Anfangsgeschwindigkeit muss ein Körper haben, damit er (a) bei fehlender Reibung (b) mit der Reibungszahl f = 0,2 eine schräge Strecke von 10 m mit dem Neigungswinkel $\alpha = 30^o$ aufwärts gleitet? (Rechne mit $g = 10\,\frac{m}{s^2}$)

Auf dieser schiefen Ebene wirken aufwärts diese Kräfte:
Die Hangabtriebskraft $H = m \cdot g \cdot \sin\alpha$ und gegebenenfalls die Gleitreibungskraft $R = f \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$.

(a) <u>ohne Reibung</u> ergibt dies eine Bremsverzögerung von $a = \frac{H}{m} = g \cdot \sin 30^O \approx 5\,\frac{m}{s^2}$.

Wenn der Körper nach s = 10 m zum Halten kommt, rechnet man mit der umgekehrten Bewegung: $v_o = \sqrt{2as} = \sqrt{10\,\frac{m}{s^2} \cdot 10m} = 10\,\frac{m}{s}$

(b) <u>mit Reibung:</u> $a = \frac{H+R}{m} = g \cdot \sin 30^o + 0{,}2 \cdot g \cdot \cos 30^o \approx 6{,}7\,\frac{m}{s^2}$

und $v_o = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 6{,}7\,\frac{m}{s^2} \cdot 10m} \approx 11{,}6\,\frac{m}{s}$

(c) Nach welcher Zeit hat er reibungsfrei die halbe Strecke überwunden?
Welche Geschwindigkeit hat er dort?

Für die halbe Strecke muss man diese Bewegungsgleichungen verwenden:

$$\begin{Bmatrix} v = v_o - a \cdot t \\ s = v_o \cdot t - \frac{1}{2}at^2 \end{Bmatrix}$$

Mit $s = 5\,m$ folgt: $5m = 10\,\frac{m}{s} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 5\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2 \quad | : 5 \text{ und } \cdot 2 \quad | \cdot 2$

Ohne Einheiten: $t^2 - 4t + 2 = 0$ ergibt $t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2} \approx \begin{cases} (3{,}4\ s) \\ 0{,}6\ s \end{cases}$

Zugehörende Geschwindigkeit: $v(0{,}6\ s) = v_o - a \cdot t = 10\,\frac{m}{s} - 5\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}6s = 7\ s$

(d) Nach 10 m hält er an und gleitet sofort wieder abwärts bis zum Startpunkt der ganzen Bewegung. Berechne die dort erreichte Geschwindigkeit mit und ohne Reibung.

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus der Ruhe heraus:

(1) Ohne Reibung: $a = \frac{H}{m} = g \cdot \sin 30^O = 5\,\frac{m}{s^2}$ und $v_2 = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 5\,\frac{m}{s^2} \cdot 10m} = 10\,\frac{m}{s}$

(2) Mit Reibung: $a = \frac{H-R}{m} = g \cdot \sin 30^o - fg \cdot \cos 30^o = 3\,\frac{m}{s^2}$

und $v_2' = \sqrt{2 \cdot 3\,\frac{m}{s^2} \cdot 10m} \approx 7{,}75\,\frac{m}{s}$.

2.4 Ein Körper bewegt sich auf einer schiefen Ebene gebremst abwärts. Zur Zeit t = 0 hat er die Geschwindigkeit v = $3\frac{m}{s}$. Er kommt nach 2 m zum Halten. Es ist f = 0,5.

Welcher Neigungswinkel ist höchstens erforderlich, damit diese Bewegung so verläuft?

Anleitung: *Berechne die Bremsverzögerung a.*
Leite dann eine Formel für die Beschleunigung a in Abhängigkeit von α her.
Wenn du die folgende trigonometrische Gleichung nicht lösen kannst,
zeige, dass $\alpha \approx 15^{O}$ eine Lösung der Aufgabe ist.

Lösung:

Hier geht es um eine gleichmäßig gebremste Bewegung bis zum Halten. Diese kann man leicht über die umgekehrte Bewegung berechnen. *(Man filmt den Vorgang und lässt den Film rückwärts laufen, dann sieht man eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus der Ruhe heraus.)*

Dazu ist bekannt: Die Wegstrecke s = 2 m und $v = 3\frac{m}{s}$:

$$v = \sqrt{2as} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v^2}{2s} = \frac{9\frac{m}{2}}{4m} = 2{,}25\frac{m}{s^2}$$

Andererseits gilt für die gebremste Abwärtsbewegung auf einer schiefen Ebene:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{R-H}{m} = \frac{f\cdot m\cdot g\cdot\cos\alpha - m\cdot g\cdot\sin\alpha}{m} = \frac{m\cdot g\cdot(f\cdot\cos\alpha-\sin\alpha)}{m} = g\cdot(f\cdot\cos\alpha-\sin\alpha)$$

Nur Vergleichen erhält man $g\cdot(f\cdot\cos\alpha-\sin\alpha) = 2{,}25$

also $0{,}5\cdot\cos\alpha - \sin\alpha = 0{,}225$

1. Weg: Bestätigung von $\alpha = 15^{O}$:

```
0.5×cos 15-sin 15
                0.224143
```

2. Weg: Lösung der Gleichung mit einem CAS-Rechner:

```
solve(0.5*cos(x)-sin(x)=0.225)
        {x=360.00·constn(1)-141.83, x=360.00·constn(2)+14.96}
```

3. Weg: *Mathematische Lösung der Gleichung:*

Zuerst ersetzt kam z. B. $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$: $0{,}5\cdot\sqrt{1-\sin^2\alpha} - \sin\alpha = 0{,}225$

Dann isoliert man die Wurzel: $0{,}5\cdot\sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sin\alpha + 0{,}225 \quad |\cdot 2$

$\sqrt{1-\sin^2\alpha} = 2\cdot\sin\alpha + 0{,}45$

Quadrieren: $1-\sin^2\alpha = 4\cdot\sin^2\alpha + 1{,}8\cdot\sin\alpha + 0{,}2025$

Ordnen: $5\cdot\sin^2\alpha + 1{,}8\sin\alpha - 0{,}7975 = 0$

Substitution: $u = \sin\alpha$ ergibt: $5u^2 + 1{,}8u - 0{,}7975 = 0$

Lösungsformel: $u_{1,2} = \frac{-1{,}8 \pm \sqrt{1{,}8^2 + 20\cdot 0{,}7975}}{10} \approx \frac{-1{,}8 \pm 4{,}38}{10} = \begin{cases} 0{,}259 \\ (<0) \end{cases}$

Also ist $\sin\alpha \approx 0{,}259 \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 15^{O}$

```
sin⁻¹ .259
                15.01
```

2.5 Ein Körper der Masse 100g gleitet mit der konstanten Antriebskraft $F = 1{,}0\ \text{N}$ einen Hang mit der Neigung 10° hinunter, f = 0,05.

a) Berechne die Beschleunigungskraft und die Beschleunigung.

Der Körper wird also durch Antriebkraft und Hangabtriebskraft beschleunigt und durch die Gleitreibungskraft gebremst. Das ergibt als resultierende Kraft:

$$F_a = F + H + R = 1\,\text{N} + 1\,\text{N} \cdot \sin 10^{\circ} - 0{,}05 \cdot 1\,\text{N} \cdot \cos 10^{\circ} \approx 1{,}12\,\text{N}$$

Sie bewirkt diese Beschleunigung: $a_1 = \frac{F_a}{m} = \frac{1{,}12\,\text{N}}{0{,}1\,\text{kg}} = 11{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b) Welche Geschwindigkeit hat er nach 5 Sekunden?

$$v_1 = a_1 \cdot t_1 = 11{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5\text{s} = 56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) Auf den nächsten 129 m wird er durch Bremsen auf $31\frac{\text{m}}{\text{s}}$ verlangsamt.
Welche Bremsverzögerung hat das bewirkt und wie lange wurde gebremst?

Jetzt liegt eine verzögerte Bewegung mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_1 = 56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ vor.

Wir setzen die Uhr auf $t_1 = 0$ und messen den Fahrweg ab dieser Stelle bis $s_2 = 129\ \text{m}$.

Dort wir die Geschwindigkeit $v_2 = 31\frac{\text{m}}{\text{s}}$ zum Zeitpunkt t_2 erreicht.

Hierzu benötigt man diese Bewegungsgleichungen: $\left\{\begin{array}{l} v = v_1 - a_2 \cdot t \\ s = v_1 \cdot t - \frac{1}{2} a_2 t^2 \end{array}\right\}$

Wenn man die gegebenen Werte $s_2 = 129\ \text{m}$ und $v_2 = 31\frac{\text{m}}{\text{s}}$ in diese Gleichungen einsetzt, stellt man fest, dass in jeder zwei Unbekannte stehen bleiben, aber man erhält ein System aus 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten:

$$\left\{\begin{array}{ll} 31\frac{\text{m}}{\text{s}} = 56\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad - a_2 \cdot t_2 & (1) \\ 129\ \text{m} = 56\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_2 - \frac{1}{2} a_2 t_2^{\,2} & (2) \end{array}\right\}$$

Es ist günstig, a zu eliminieren. Aus (1) erhält man $a_2 \cdot t_2 = 25\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $a = \boxed{\frac{25\frac{\text{m}}{\text{s}}}{t_2}}$

Einsetzen in (2) ergibt: $129\text{m} = 56\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot \boxed{\frac{25\frac{\text{m}}{\text{s}}}{t_2}} \cdot t_2^2$

Kürzen: $129\text{m} = 56\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_2 - 12{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_2$

Es folgt: $43{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_2 = 129\ \text{m} \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{129\ \text{m}}{43{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 2{,}96\ \text{s} \approx 3\ \text{s}$

Das liefert die Bremsverzögerung: $a = \frac{25\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3\ \text{s}} \approx 8{,}3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2.6 Ein Körper der Masse 1 kg wird durch einen Stoß hangaufwärts in Bewegung gesetzt.

a) Berechne die wirkende Bremskraft ($f' = 0{,}5,\ f = 0{,}3$), wenn der Neigungswinkel 50° beträgt. Zeige, dass der Körper am Haltepunkt nicht liegen bleibt sondern von selbst wieder abwärts rutscht. Wie groß ist die Beschleunigungskraft?

Aufwärts bremsen die Hangabtriebskraft und die Gleitreibungskraft R.

Die Bremskraft ist also $F = G \cdot \sin\alpha + f \cdot G \cdot \cos\alpha = 10\text{ N} \cdot \sin 50^{\circ} + 0{,}3 \cdot 10\text{ N} \cos 50^{\circ} \approx 9{,}6\text{ N}$

Am Halteprunkt zieht die Hangabtriebskraft $H = 10\text{N} \cdot \sin 50^{\circ} \approx 7{,}7\text{ N}$. Er kommt dann ins Gleiten, wenn er die maximale Haftreibungskraft überwindet. Diese beträgt aber $R' = f' \cdot G \cdot \cos 50^{\circ} \approx 3{,}2\text{ N}$. Also setzt sich die Masse von selbst in Bewegung und gleitet abwärts mit der Beschleunigung

$$a = \frac{H - R}{m} = \frac{mg \cdot \sin\alpha - f \cdot mg \cdot \cos\alpha}{m} = g \cdot \left(\sin 50^{\circ} - 0{,}3 \cdot \cos 50^{\circ}\right) \approx 5{,}7\,\tfrac{m}{s^2}.$$

b) Die anfängliche Geschwindigkeit sei $v_o = 4\,\frac{m}{s}$. Wie weit gleitet er aufwärts? Nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit kommt er wieder am Startpunkt an?

Die Aufwärtsbewegung bis zum Halten ist die umgekehrte Bewegung zum Abwärtsgleiten bis $v_0 = 4\,\frac{m}{s}$ erreicht sind, also darf man diese Formel verwenden:

$$v = \sqrt{2as} \quad \Rightarrow \quad s = \frac{v^2}{2a}$$

Wir haben in a) berechnet, dass aufwärts 9,6 N bremsen. Das ist für umgekehrte Bewegung die Antriebskraft: $a = \frac{F}{m} = \frac{9{,}6\text{N}}{1\text{ kg}} = 9{,}6\,\frac{m}{s^2}$

Damit folgt als Wegstrecke: $s = \frac{16\,\frac{m^2}{s^2}}{9{,}6\,\frac{m}{s^2}} \approx 1{,}67\text{ m}$

Diese Strecke gleitet er dann wieder abwärts mit $a = 5{,}7\,\frac{m}{s^2}$ und braucht dazu

$$s = \tfrac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}67}{5{,}6}}\text{s} \approx 0{,}8\text{ s}$$

Dabei erreicht er diese Geschwindigkeit: $v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 5{,}7 \cdot 1{,}67}\,\frac{m}{s} \approx 4{,}4\,\frac{m}{s}$

2.7 Ein durch einen Motor schräg aufstellbares Brett beginn in der horizontalen Lage sich langsam aufzurichten. Bei welchem Neigungswinkel beginnt ein darauf ruhender Körper (m = 200 g) abzurutschen? Berechne die beschleunigende Kraft und die sich dann einstellende Beschleunigung ($f' = 0{,}5$ und $f = 0{,}2$) bei $\alpha = 27^{o}$

Um wieviel Grad muss der Neigungswinkel dann wieder verkleinert werden, damit die Bewegung gleichförmig ist?

Maximale Haftreibungskraft: $R' = f' \cdot G \cdot \cos\alpha = 0{,}5 \cdot 2\,N \cdot \cos\alpha$

Hangabtriebskraft: $H = G \cdot \sin\alpha = 2\,N \cdot \sin\alpha$

Bedingung für Gleitbeginn: $H > R' \quad \Leftrightarrow \quad 2\,N \cdot \sin\alpha > 1\,N \cdot \cos\alpha \quad |:2\cos\alpha$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \tan\alpha = \tfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 26{,}6^{o}$$

Beschleunigende Kraft ist: $F = H - R = 2N \cdot \sin 27^{O} - 0{,}2 \cdot 2N \cdot \cos 27^{O} = 0{,}55\,N$

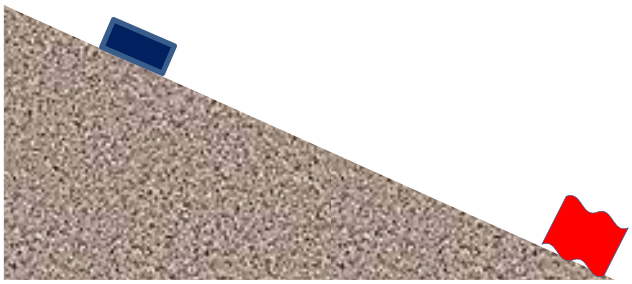
Beschleunigung: $a = \frac{F}{m} = \frac{0{,}55\,N}{0{,}2\,kg} = 2{,}75\,\frac{m}{s^2}$

Bedingung für gleichförmige Bewegung:

$$H = R \quad \Leftrightarrow \quad G \cdot \sin\alpha = f \cdot G \cdot \cos\alpha \quad \Leftrightarrow \quad \sin\alpha = f \cdot \cos\alpha \quad \Leftrightarrow \quad \tan\alpha = f$$

$$\tan\alpha = 0{,}2 \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 11{,}3^{O}.$$

2.8 Am unteren Ende einer schrägen Platte befindet sich eine elastische Feder, die einen herabgleitenden Körper mit der Aufprallgeschwindigkeit wieder nach oben beschleunigt. Der Neigungswinkel sei 30°, der Gleitreibungskoeffizient f = 0,1 und die Masse des Gleitkörpers m = 200 g.



Die Lange der Rutschstrecke ist genau 50 cm.

a) Berechne die Geschwindigkeit beim 1. Aufprall.

Beschleunigung bei der Abwärtsbewegung:

$$a_! = \frac{H-R}{m} = g\cdot\sin\alpha - fg\cdot\cos\alpha = g\cdot\sin 30 - 0{,}1\cdot g\cdot\cos 30^{\circ} \approx 4{,}13\,\tfrac{m}{s}$$

Aufprallgeschwindigkeit: $v_1 = \sqrt{2a_1s_1} = \sqrt{8{,}26\,\tfrac{m}{s}\cdot 0{,}5\text{ m}} \approx 2{,}03\,\tfrac{m}{s} \approx 2\,\tfrac{m}{s}$

b) Wie weit gleitet der Körper nach der ersten Reflexion durch die Feder wieder hinauf?

Bei dieser Aufwärtsbewegung ist die Startgeschwindigkeit $v_1 = 2\,\tfrac{m}{s}$. Die Bewegung wird abgebremst durch Hangabtriebskraft und Gleitreibungskraft.
Das ergibt diese Bremsverzögerung:

$$a = \frac{H+R}{m} = g\cdot\sin\alpha - fg\cdot\cos\alpha = g\cdot\sin 30 + 0{,}1\cdot g\cdot\cos 30^{\circ} \approx 5{,}87\,\tfrac{m}{s}$$

Da die Bewegung zum Halten kommt, rechnet man mit der umgekehrten Bewegung, also Beschleunigung aus der Ruhe heraus:

$$v_1 = \sqrt{2a_2s_2} \quad\Rightarrow\quad s_2 = \frac{v_1^2}{2a_2} = \frac{4\,\frac{m^2}{s^2}}{2\cdot 5{,}87\,\frac{m}{s^2}} \approx 0{,}34\text{ m}$$

Er gleitet also nur noch 34 cm aufwärts.

c) Welche Geschwindigkeit hat er beim 2. Aufprall?

Die folgende zweite Abwärtsbewegung erfolgt wieder mit $a_1 = 4{,}13\,\tfrac{m}{s^2}$, weil sich ja an den Kräften nichts geändert hat. Beim Aufprall ist $v_2 = \sqrt{2a_1\cdot s_2} = \sqrt{8{,}26\,\tfrac{m}{s^2}\cdot 0{,}34\text{m}} \approx 1{,}78\,\tfrac{m}{s^2}$

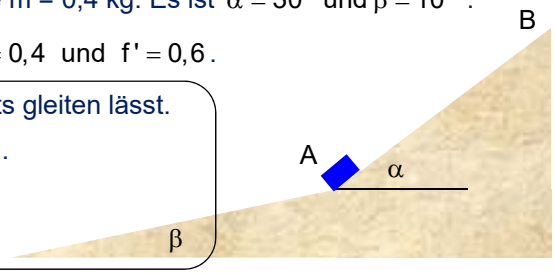
d) Berechne dann den möglichen Weg aufwärts.

Dabei gilt dieselbe Bremsverzögerung wie mein ersten Mal: $a_2 \approx 5{,}87\,\tfrac{m}{s^2}$,

Und der Bremsweg ist damit: $s_3 = \frac{v_2^2}{2a_2} = \frac{1{,}78\,\frac{m^2}{s^2}}{2\cdot 5{,}87\,\frac{m}{s^2}} \approx 0{,}16\text{ m} = 16\text{ cm}$

2.9 Der Körper auf der schiefen Ebene hat die Masse m = 0,4 kg. Es ist $\alpha = 30^o$ und $\beta = 10^O$.

Auf den Ebenen gelten diese Reibungszahlen $f = 0{,}4$ und $f' = 0{,}6$.



a) Der Körper erhält in A einen Stoß, der ihn aufwärts gleiten lässt.
Berechne die Bremskraft und die Beschleunigung.
Wie groß war die Anfangsgeschwindigkeit in A,
wenn er 1 m aufwärts gleitet?

Die Bremskraft ist die Reibungskraft:

$$R = h + f \cdot N = G \cdot \sin 30^o + f \cdot G \cdot \cos 30^O = 4\,N \cdot \left(\tfrac{1}{2} + 0{,}4 \cdot \cos 30^o\right) \approx 3{,}385\,N$$

$$a = \frac{R}{m} = \frac{3{,}385\,N}{0{,}4\,kg} \approx 8{,}5\,\tfrac{m}{s^2}$$ ist die Bremsverzögerung.

Beim Gleiten bis zum Halten berechnet man besser die umgekehrte Bewegung:

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{17\,\tfrac{m}{s^2} \cdot 1\,m} \approx 4{,}1\,\tfrac{m}{s}$$

b) Er hält in B an. Rutscht er von selbst wieder abwärts?

In B wirkt die Hangabtriebskraft antreibend und die Haftreibungskraft bremsend.

$$F = H - R' = G \cdot \sin 30^o - f' \cdot G \cdot \cos 30^O = 2N - 0{,}6 \cdot 4N \cdot \cos 30^o = -0{,}078\,N$$

Das heißt, dass der Körper nicht von selbst abwärts rutscht.

c) Wie groß müsste α sein, damit er nach einem leichten Stoßabwärts ab B gleichförmig gleitet?

Mit welcher Beschleunigung rutscht er bei $\alpha = 30^o$ abwärts?

Dann müssten die ziehende Hangabtriebskraft und die bremsende Gleitreibungskraft gleich groß sein: $G \cdot \sin\alpha = f \cdot G \cdot \cos\alpha \quad \Leftrightarrow \quad \tan\alpha = f \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 21{,}8^o$

Bei $\alpha = 30^O$: $$a = \frac{H - R}{m} = \frac{mg \cdot \sin 30^o - f \cdot mg \cdot \cos 30^o}{m} = \tfrac{1}{2}g - 0{,}4 \cdot g \cdot \cos 30^o \approx 1{,}5\,\tfrac{m}{s^2}$$

d) Anschließend gleitet er auf dem flachen Teil weiter. Wie ?? Gib Daten an.

Man muss natürlich den Knick bei A ignorieren oder so ausgleichen, dass der Körper beim Übergang nicht gebremst wird. Dann wird der Köper wegen der flachen Neigung gebremst

durch $$a = \frac{R - H}{m} = \frac{f \cdot m \cdot g \cdot \cos 10^o - m \cdot g \cdot \sin 10^o}{m} = 10\,\tfrac{m}{s^2} \cdot \left(0{,}4 \cdot \cos 10^o - \sin 10^o\right) \approx 0.88\,\tfrac{m}{s^2}$$

Nach a) gleitet der Körper die 1 m von B bis A und erreicht in A die Geschwindigkeit

$$v_a = \sqrt{2as} = \sqrt{3\,\tfrac{m}{s^2} \cdot 1\,m} \approx 1{,}73\,\tfrac{m}{s}$$

Durch das Abbremsen wird der Körper in einem Punkt C unterhalb von A anhalten:
Über die umgekehrte Bewegung erhält man:

$$v = \sqrt{2as} \quad \Rightarrow \quad s = \overline{AC} = \frac{v^2}{2a} = \frac{3\,\frac{m^2}{s^2}}{0{,}88\,\frac{m}{s^2}} = 3{,}4\,m$$

3.1 a) Ein Körper fällt in einen 125 m tiefen Schacht. Nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit trifft er unten auf?

Für den freien Fall gelten diese drei Gleichungen:

$$v = g \cdot t, \quad s = \tfrac{1}{2} g t^2 \quad \text{und} \quad v = \sqrt{2gs}$$

$$s = \tfrac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t^2 = \frac{2s}{g} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} \approx \sqrt{\frac{250m}{10\,\frac{m}{s^2}}} = \sqrt{25}s = 5s$$

$$v = g \cdot t = 10\,\tfrac{m}{s^2} \cdot 5s = 50\,\tfrac{m}{s} \quad \text{oder} \quad v = \sqrt{2gs} = \sqrt{20\,\tfrac{m}{s^2} \cdot 125m} = \sqrt{2500}\,\tfrac{m}{s} = 50\,\tfrac{m}{s}$$

b) Ein Körper fällt 4 s lang bis er unten auftrifft.
Wie tief fällt er und mit welcher Geschwindigkeit schlägt er auf?

$$s = \tfrac{1}{2} g t^2 = 5\,\tfrac{m}{s^2} \cdot 16s^2 = 80m \quad \text{und} \quad v = g \cdot t = 10\,\tfrac{m}{s^2} \cdot 4s = 40\,\tfrac{m}{s}$$

c) Ein Körper fällt in einen Schacht. Er schlägt mit der Geschwindigkeit $12\,\frac{m}{s}$ unten auf.
Wie tief und wie lange ist er gefallen?

$$v = \sqrt{2gs} \quad \Rightarrow \quad s = \frac{v^2}{2g} = \frac{144\,\frac{m^2}{s^2}}{20\,\frac{m}{s^2}} = 7{,}2\,m \quad \text{und} \quad v = g \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v}{g} = \frac{1{,}2\,\frac{m}{s}}{10\,\frac{m}{s^2}} = 0{,}12s$$

3.2 a) Ein Ball wird aus einem Fenster in 20m Höhe fallen gelassen. Zugleich lässt ein anderer Junge auf einem Fenster 5m tiefer einen anderen Ball fallen.
Wie viele Sekunden später müsste der zweite Ball losgelassen werden, damit sie gleichzeitig auftreffen.

Oberes Fenster $\quad s = \tfrac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{40m}{10\,\frac{m}{s^2}}} = \sqrt{4}s = 2s$

Unteres Fenster: $\quad t_2 = \sqrt{\frac{30m}{10\,\frac{m}{s^2}}} = \sqrt{3}s \approx 1{,}73\ s$

Zeitlicher Abstand: $\quad \Delta t = t_1 - t_2 = 0{,}27\ s$

Der 2. Ball muss 0,27 s später losgelassen werden.

b) Zwei Bälle werden aus dem Fenster in 20 m Höhe im Abstand von 2 Sekunden losgelassen.
Treffen sie auch im zeitlichen Abstand von 2 s unten auf?

Ja, denn die Falldauer beträgt für beide $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{40m}{10\,\frac{m}{s^2}}} = 2s$:

Damit ist klar dass der 2. Ball auch 2 s später unten auftrifft.

3.3 Ein Körper wird mit $5\frac{m}{s}$ in einen 60 m tiefer Schacht geworfen.

a) Wie lange fällt er und mit welcher Geschwindigkeit schlägt er auf?

Bewegungsgleichungen: $\begin{cases} v(t) = v_o + g \cdot t & (1) \\ s(t) = v_o \cdot t + \frac{1}{2}gt^2 & (2) \end{cases}$

Aus (2) folgt: $60m = 5\frac{m}{s} \cdot t + 5\frac{m}{s^2} \cdot t^2 \qquad |: 5\frac{m}{s^2}$

Vereinfachen: $12s^2 = 1s \cdot t + t^2 \quad \Leftrightarrow \quad t^2 + 1s \cdot t - 12s^2 = 0$

Lösungsformel: $t_{1,2} = \frac{-1s \pm \sqrt{1s^2 + 48s^2}}{2} = \frac{-1s \pm 7s}{2} = \begin{cases} 3s \\ (-4s) \end{cases}$

Geschwindigkeit: $v(3s) = 5\frac{m}{s} + 10\frac{m}{s^2} \cdot 3s = 35\frac{m}{s}$

b) Wie viele Meter legt er in der letzten Sekunde zurück?

$s(3s) = 60m$

$s(2s) = 5\frac{m}{s} \cdot 2s + 5\frac{m}{s^2} \cdot 4s^2 = 30m$

$\Delta s = 60m - 30m = 30m$

c) Wieviel Prozent seiner Endgeschwindigkeit hat er in der halben Tiefe erreicht?

Die halbe Tiefe ist in 30 m Tiefe. Nach b) wird diese nach 2 s erreicht !!

Dann ist $v(2s) = 5\frac{m}{s} + 10\frac{m}{s^2} \cdot 2s = 25\frac{m}{s}$

Bezogen auf die Endgeschwindigkeit $v(3s) = 35\frac{m}{s}$ sind das $p = \frac{25\frac{m}{s}}{35\frac{m}{s}} \cdot 100\% \approx 71{,}4\%$.

3.3 Ein Körper A wird in einen 100m tiefen Schacht geworfen, wo er nach 4s aufschlägt.

a) Berechne die Abwurfgeschwindigkeit v_o.

Aus $s(t) = v_o \cdot t + \frac{1}{2}gt^2$ folgt: $100m = v_o \cdot 4s + 5\frac{m}{s^2} \cdot 16s^2 \quad \Leftrightarrow \quad 4s \cdot v_o = 20\text{ m}$

Abwurfgeschwindigkeit: $v_o = \frac{20\text{ m}}{4\text{ s}} = 5\frac{m}{s}$.

b) In welcher Tiefe müsste man einen anderen Körper B gleichzeitig mit A fallen lassen, damit beide gleichzeitig auftreffen?

Freier Fall mit t = 4s: $s = \frac{1}{2}gt^2 = 5\frac{m}{s^2} \cdot 16s^2 = 80\text{ m}$ (Fallhöhe): 20 m tiefer!

c) In welchem zeitlichen Abstand würden sie auf ein Brett in 60 m Tiefe auftreffen?

Körper A: $s = 60m = 5\frac{m}{s} \cdot t + 5\frac{m}{s^2} \cdot t^2 \quad |: 5\frac{m}{s^2} \quad \Rightarrow \quad t^2 + 1s \cdot t - 12s^2 = 0$

Lösungsformel: $t = \frac{-1s \pm \sqrt{1s^2 + 48s^2}}{2} = \frac{-1s \pm 7s}{2} = \begin{cases} 3s \\ (-4s) \end{cases}$

Körper B:; $s = 40m = \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{80m}{10\frac{m}{s^2}}} = \sqrt{8\text{ s}} \approx 2{,}8s: \qquad \Delta t = 0{,}2\text{ s}.$

3.4 Ein Körper wird senkrecht nach oben geworfen.

a) Wie groß muss die Abwurfgeschwindigkeit sein, wenn er 80 m hoch steigen soll?

Bewegungsgleichungen: $\begin{cases} v(t) = v_o - g \cdot t & (1) \\ s(t) = v_o \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 & (2) \end{cases}$

Da er oben anhält, kann man mit der umgekehrten Bewegung schneller rechnen:

Freier Fall aus 80 m Höhe: $v_o = \sqrt{2gh} = \sqrt{20\frac{m}{s^2} \cdot 80m} = \sqrt{1600}\frac{m}{s} = 40\frac{m}{s}$

b) Wie groß ist dann seine Geschwindigkeit in halber Höhe?

Es sei $s(t) = 40m$. Aus (2) folgt: $40m = 40\frac{m}{s} \cdot t - 5\frac{m}{s^2} \cdot t^2 \quad |: 5\frac{m}{s^2}$

$$8s^2 = 8s \cdot t - t^2 \quad \Leftrightarrow \quad t^2 - 8s \cdot t + 8s^2$$

Lösungsformel: $t = \frac{8s \pm \sqrt{64s^2 - 32s^2}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{32}}{2} s \approx \begin{cases} (6{,}8\ s) \\ 1{,}2\ s \end{cases}$

(Anm.: Wenn er weiter steigt und oben umkehrt um nach unten zu fallen, kommt er nach insgesamt 6,8 s auch (wieder) in halber Höhe an!)

c) Wie lange braucht er für die 2. Hälfte der Steighöhe?

Über die umgekehrte Bewegung kann man die Steigzeit bis zum Umkehrpunkt berechnen:

$$v_o = g \cdot T \quad \Rightarrow \quad T = \frac{v_o}{g} = \frac{40\frac{m}{s}}{10\frac{m}{s}} = 4s$$

Steigzeit für die untere Hälfte: $t = 1{,}2\ s$

Steigzeit für die obere Hälfte: $t = 4s - 1{,}2\ s = 2{,}8\ s$

3.5 Ein Körper wird senkrecht nach oben geworfen. Er legt in der ersten halben Sekunde 1,25 m zurück.

a) Mit welcher Geschwindigkeit wurde er abgeworfen? Wie hoch steigt er?

Bewegungsgleichungen: $\begin{cases} v(t) = v_o - g \cdot t & (1) \\ s(t) = v_o \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 & (2) \end{cases}$

$s(0{,}5s) = 1{,}25\ m$ führt mit (2) zu: $1{,}25\ m = v_o \cdot 0{,}5s - 5\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}25s^2 \quad \Rightarrow \quad v_o = 5\frac{m}{s}$

Steighöhe aus der umgekehrten Bewegung: $v_o = \sqrt{2gH} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{25\frac{m^2}{s^2}}{20\frac{m}{s^2}} = 1{,}25\ m$

b) Wie lange braucht er, bis er wieder auf der Abwurfhöhe eintrifft?

Steigzeit aus der umgekehrten Bewegung: $v_o = g \cdot T \quad \Rightarrow \quad T = \frac{5\frac{m}{s}}{10\frac{m}{s^2}} = 0{,}5\ s$

Bis zur Abwurfhöhe sind es dann $t = 2T = 1s$.

3.6 Ein senkrecht nach oben abgeschossener Körper erreicht die Höhe 7,2m mit $v = 5\frac{m}{s}$.

a) Wie groß war die Abschussgeschwindigkeit und wie lange hat er für die 7,2 m gebraucht?

Bewegungsgleichungen: $\begin{cases} v(t) = v_o - g \cdot t & (1) \\ s(t) = v_o \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 & (2) \end{cases}$

Mit (1): $5\frac{m}{s} = v_o - 10\frac{m}{s^2} \cdot t \quad (1) \quad | \cdot t$

Mit (2): $7{,}2\,m = v_o \cdot t - 5\frac{m}{s^2} \cdot t^2 \quad (2)$

$5\frac{m}{s} \cdot t = v_o \cdot t - 10\frac{m}{s^2} \cdot t^2 \quad (3)$

(2) – (3): $7{,}2m - 5\frac{m}{s} \cdot t = 5\frac{m}{s^2} \cdot t^2 \quad | \cdot \frac{s^2}{m}$

$5t^2 + 5s \cdot t - 7{,}2\,s^2 = 0$

Lösungsformel: $t = \frac{-5s \pm \sqrt{25s^2 + 20 \cdot 7{,}2s^2}}{10} = \frac{-5s \pm 13s}{10} = \begin{cases} 0{,}8s \\ (-1{,}8s) \end{cases}$

b) Berechne seine Steighöhe.

Aus der umgekehrten Bewegung (freier Fall): $v_o = \sqrt{2gH} \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{169\frac{m^2}{s^2}}{20\frac{m}{s^2}} = 8{,}5\,m$

c) In welcher Höhe hat er die Geschwindigkeit $10\frac{m}{s}$?

Aus (1): $v = v_o - g \cdot t \Rightarrow g \cdot t = \Delta v \Rightarrow t = \frac{\Delta v}{g} = \frac{3\frac{m}{s}}{10\frac{m}{s^2}} = 0{,}3\,s$

Aus(2): $s(0{,}3s) = 13\frac{m}{s} \cdot 0{,}3s - 5\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}09s^2 \approx 0{,}80\,m = 80cm.$

4.1 Eine Kugel verlässt eine horizontale Fläche und fliegt 1,2 m weit hinaus bis zum Aufprall auf dem Boden. Sie ist dabei 1 Sekunde unterwegs.

a) Wie tief ist sie aufgeprallt?

Bewegungsgleichungen zum Waagrechten Wurf: $\begin{Bmatrix} v_x = v_o \\ x = v_o \cdot t \end{Bmatrix}$ und $\begin{Bmatrix} v_y = g \cdot t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{Bmatrix}$

Aus $y = \frac{1}{2} g t^2 = 5 \frac{m}{s^2} \cdot 1s^2 = 5m$

b) Mit welcher Geschwindigkeit hat sie den Tisch verlassen?

Aus $x = v_o \cdot t \Rightarrow v_o = \frac{x}{t} = \frac{1{,}2\,m}{1\,s} = 1{,}2 \frac{m}{s}$

c) Mit welcher Geschwindigkeit und unter welchem Winkel trifft sie auf dem Boden auf?

$v_y = g \cdot t = 10 \frac{m}{s^2} \cdot 1s = 10 \frac{m}{s}$

Bahngeschwindigkeit: $v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{1{,}44 \frac{m^2}{s^2} + 100 \frac{m^2}{s^2}} \approx 10{,}1 \frac{m}{s}$

Auftreffwinkel: $\tan\gamma = \frac{v_y}{v_x} = \frac{10}{1{,}2} \Rightarrow \gamma \approx 83{,}16^o$

4.2 Ein Körper führt einen waagrechten Wurf aus, Er fliegt 20 m tief und 12 m weit.

a) Berechne Anfangsgeschwindigkeit, Flugdauer und Auftreffwinkel.

$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} s = 2\,s$

$x = v_o \cdot t \Rightarrow v_o = \frac{x}{t} = \frac{12m}{2s} = 6 \frac{m}{s}$.

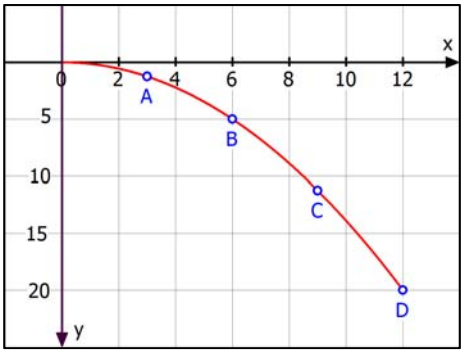
Auftreffwinkel: $\tan\gamma = \frac{v_y}{v_x}$ Mit $v_y = g \cdot t = 10 \frac{m}{s^2} \cdot 2s = 20 \frac{m}{s}$

ergibt das $\tan\gamma = \frac{20}{6} \Rightarrow \gamma = \tan^{-1} \frac{10}{3} \approx 73{,}3^o$.

b) Zeichne die Bahnkurve mittels Punkten nach jeweils 0,5 s.
Wie groß sind in diesen Punkten jeweils Geschwindigkeit und Flugwinkel?

Formeln: $\boxed{x = 6 \frac{m}{s} \cdot t}$, $\boxed{y = 5 \frac{m}{s^2} \cdot t^2}$, $\boxed{v_y = 10 \frac{m}{s^2} \cdot t}$, $\boxed{v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}}$, $\boxed{\tan\gamma = \frac{v_y}{v_x}}$

t	0	0,5s	1s	1,5s	2s
x	0	3m	6m	9m	12m
y	0	1,25m	5m	11,25m	20m
v_x	$6 \frac{m}{s}$	$6 \frac{m}{s}$	$6 \frac{m}{s}$	$6 \frac{m}{s}$	$6 \frac{m}{s}$
v_y	$0 \frac{m}{s}$	$5 \frac{m}{s}$	$10 \frac{m}{s}$	$15 \frac{m}{s}$	$20 \frac{m}{s}$
v	$6 \frac{m}{s}$	$7{,}8 \frac{m}{s}$	$11{,}7 \frac{m}{s}$	$16{,}2 \frac{m}{s}$	$20{,}9 \frac{m}{s}$
γ	0°	$39{,}8^o$	$59{,}0^o$	$68{,}2^o$	$73{,}3^o$



4.3 Auf einer Tisch platte der Höhe 80 cm wird ein 200 g schwerer Gleitkörper mit 1 N beschleunigt. Er legt dabei 62,5 cm zurück und fällt dann im waagrechten Wurf zu Boden.

a) Mit welcher Geschwindigkeit verlässt er die Tischplatte?

$$m = 0{,}2\,\text{kg},\ F = 1\,\text{N} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{1\,\text{N}}{0{,}2\,\text{kg}} = 5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Gleitstrecke $s = 0{,}625\,\text{m}$. Geschwindigkeit beim Verlassen des Tisches:

$$v_o = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}625\text{m}} = \sqrt{6{,}25}\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} = 2{,}5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Wie weit fliegt er hinaus? Mit welcher Geschwindigkeit und unter welchem Winkel trifft er auf?

Bewegungsgleichungen zum waagrechten Wurf: $\begin{Bmatrix} v_x = v_o \\ x = v_o \cdot t \end{Bmatrix}$ und $\begin{Bmatrix} v_y = g \cdot t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{Bmatrix}$

Tischhöhe: $h = 0{,}8\,\text{m}$. $h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{1{,}6\,\text{m}}{10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{0{,}16}\text{s} = 0{,}4\,\text{s}$

Flugweite: $x = v_o \cdot t = 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}4\text{s} = 1\,\text{m}$

y-Geschwindigkeits-Komponente: $v_y = g \cdot t = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}4\text{s} = 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Endgeschwindigkeit: $v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{6{,}25 + 16}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 4{,}72\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Aufprallwinkel: $\gamma = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x} = \tan^{-1}\frac{4}{2{,}5} = \tan^{-1} 1{,}6 = 58^o$

c) Wo befindet er sich nach der halben Flugdauer? Gib dazu Geschwindigkeit und Flugwinkel an.

Halbe Flugdauer t = 0,2 s. Dazu $x = 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}2\text{s} = 0{,}5\,\text{m}$ $\quad y = \frac{1}{2} g t^2 = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}04\text{s}^2 = 0{,}2\,\text{m}$

Geschwindigkeiten: $v_x = v_o = 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\quad v_y = g \cdot t = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}2\text{s} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v = \sqrt{6{,}25 + 4}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Flugwinkel: $= \tan^{-1}\frac{2}{2{,}5} \approx 67{,}4^o$

d) In einem zweiten Versuch fliegt er 80 cm weit hinaus, weil die Reibung größer war. Berechne die Abfluggeschwindigkeit und die Reibungszahl f.

Bei gleicher Tischhöhe ist die Flugdauer gleich groß: $t = 0{,}4\text{s}$.

Zu x = 0,8 m folgt dann $v_x = \frac{x}{t} = \frac{0{,}8\,\text{m}}{0{,}4\,\text{s}} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ Abfluggeschwindigeit.

Diese Geschwindigkeit erreicht er auf dem Tisch auf der Strecke s = 62,5 m durch die

Beschleunigung: $v_x = \sqrt{2as} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{{v_x}^2}{2s} = \frac{4\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{1{,}25\,\text{m}} = 3{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

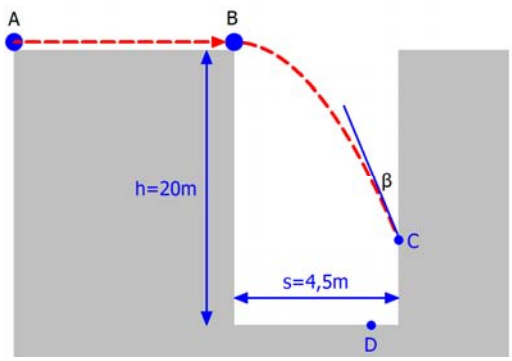
bzw. die Kraft $F = m \cdot a = 0{,}2\,\text{kg} \cdot 3{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0{,}64\,\text{N}$.

Andererseits ist $F = 1\text{N} - R = 1\,\text{N} - f \cdot 2\text{N}$. Also $0{,}64\,\text{N} = 1\,\text{N} - f \cdot 2\text{N} \quad \Rightarrow \quad f = 0{,}18$

4.4 Eine Körper wird in A durch eine Feder angestoßen.

Er startet dadurch mit $v_A = 7\frac{m}{s}$,

Auf der Strecke AB beträgt die Reibungszahl f = 0,2.



a) Er erreicht B nach 2 s. Welche Geschwindigkeit hat er in B und wie lang ist AB?

Bewegungsgleichungen: $\begin{Bmatrix} v = v_A - a \cdot t \\ s = v_A \cdot t - \frac{1}{2}at^2 \end{Bmatrix}$.

Bremsverzögerung: $a = \frac{R}{m} = \frac{f \cdot \cancel{m} \cdot g}{\cancel{m}} = 0{,}2 \cdot 10\frac{m}{s^2} = 2\frac{m}{s^2}$. Damit folgt:

$v_B = 7\frac{m}{s} - 2\frac{m}{s^2} \cdot 2s = 3\frac{m}{s}$ und $s = \overline{AB} = 7\frac{m}{s} \cdot 2s - 1\frac{m}{s^2} \cdot 4s^2 = 10\text{ m}$

b) Nach welcher Flugzeit T mit welcher Geschwindigkeit schlägt er in C gegen die Wand? Wie groß sind v_C und β ?

Bewegungsgleichungen für den waagrechten Wurf: $\begin{Bmatrix} v_x = v_o \\ x = v_o \cdot t \end{Bmatrix}$ und $\begin{Bmatrix} v_y = g \cdot t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{Bmatrix}$

Aus x = 4,5 m folgt: $T = \frac{x}{v_B} = \frac{4{,}5\text{ m}}{3\frac{m}{s}} = 1{,}5\text{ s}$

$v_y = 10\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}5\text{ s} = 15\frac{m}{s}$ Daher $v_C = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{9 + 225}\frac{m}{s} \approx 15{,}3\frac{m}{s}$

Auftreffwinkel: $\tan\gamma = \frac{v_y}{v_x} = \frac{15}{3} = 5 \Rightarrow \gamma = 78{,}5^o \Rightarrow \beta = 90 - \gamma = 11{,}3^o$

c) In einem zweiten Versuch hat der Körper in B eine geringere Geschwindigkeit und erreicht dadurch den Boden in D. Wie lange fliegt er jetzt? Berechne v_D sowie v_B wenn die Flugweite bis D 4 m beträgt.

Falltiefe h = 20m: $y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t_D = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{40m}{10\frac{m}{s^2}}} = 2s$ und $v_{D,y} = g \cdot t_D = 10\frac{m}{s^2}2s = 20\frac{m}{s}$

Aus $x_D = v_B \cdot t_D \Rightarrow v_B = \frac{4m}{2s} = 2\frac{m}{s}$

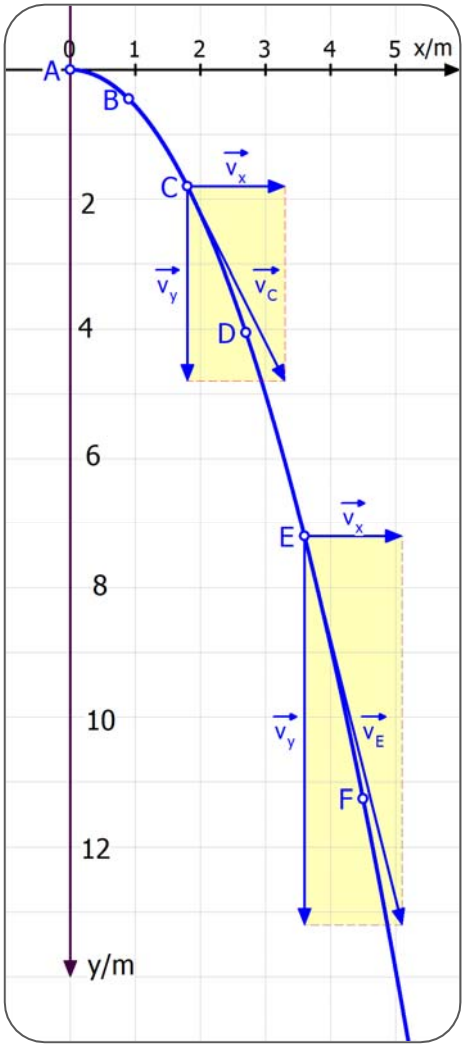
d) Zeichne die Flugbahn zu Teilaufgabe b) des waagrechten Wurfes bis t = 1,5 s. Zeichne ferner die Geschwindigkeitsparallelogramme zu t = 0,6 s und 1,2 s ein. Welche Gleichung hat die Bahnkurve (Parabel) ?

Hier zuerst die Bahnkurve:

$x = v_B \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_B}$ wird eingesetzt in $y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{{v_B}^2}$

Mit Zahlen: $y = 5\frac{m}{s^2} \cdot \frac{x^2}{9\frac{m^2}{s^2}} \Leftrightarrow y = \frac{5}{9}x^2$ (ohne Einheiten)

Tabelle zur Zeichnung:

t	0	0,3s	0,6w	0,9s	1,2s	1,5s
x	0	0,9m	1,8m	2,7m	3,6m	4,5m
y	0	0,45m	1,8m	4,05m	7,2m	11,25m
Pkt.	A	B	C	B	E	F
v_x	0	$3\frac{m}{s}$	$3\frac{m}{s}$	$3\frac{m}{s}$	$3\frac{m}{s}$	$3\frac{m}{s}$
v_y	0	$3\frac{m}{s}$	$6\frac{m}{s}$	$9\frac{m}{s}$	$12\frac{m}{s}$	$15\frac{m}{s}$

Die Bezeichnungen der Kurvenpunkte stimmen nicht mit den Punkten in der Versuchsanordnung überein.